

NÚMEROS RACIONALES

LOS NÚMEROS RACIONALES SE PUEDEN ESCRIBIR COMO RAZÓN O FRACCIÓN. LOS NÚMEROS IRRACIONALES NO SE PUEDEN ESCRIBIR DE ESTA MANERA. SIN EMBARGO, AMBOS TIPOS DE NÚMEROS, RACIONALES E IRRACIONALES, SE PUEDEN ESCRIBIR COMO DECIMALES, Y FORMAN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS REALES.

RAZONES Y PORCENTAJES

1. **EN GRUPOS.** Lean el siguiente artículo aparecido en un diario y luego contesten las preguntas.



- a) ¿Qué porcentaje de mujeres cree que se ha avanzado con relación a sus derechos? ¿Cuántas mujeres son? ¿Qué se necesita saber para calcular esta cantidad?

.....

.....

- b) Escriban las razones de las situaciones presentadas en el gráfico en forma de porcentaje, de número decimal, de fracción.

.....

.....

- c) Escriban un texto que sea una interpretación de las situaciones planteadas en el gráfico.

.....

.....

.....

2. Se sabe que se generan 6.000 toneladas de basura por día en la ciudad de Buenos Aires. Los cartoneros recuperan solo 500 toneladas, que representan el 8,33% de los residuos.

HACIA LA SEPARACIÓN DE RESIDUOS

DEBEN COLOCARSE RESIDUOS HÚMEDOS Y SUCIOS



Restos de comida



Vidrios rotos

Lamparitas, tubos fluorescentes y espejos.



Plásticos sucios

Envases con restos líquidos o de pegamento, vasos, platos y cubiertos descartables sucios.



Papeles y cartones sucios



No pueden colocarse:

- Restos de poda.
- Restos de escombros.
- Residuos voluminosos como muebles viejos, lavarropas y heladeras.



DEBEN COLOCARSE RESIDUOS RECUPERABLES QUE PUEDAN SER REINTRODUCIDOS EN LA INDUSTRIA



Papel y cartón

Carpetas, hojas, cuadernos, papeles impresos o en blanco, cajas, envases de cartón y de tetra brik.



Vidrios

Frascos y botellas.



Plástico

Botellas, telgopor, bidones, tapitas, bolsas, envases, vasos, platos y cubiertos descartables.



Metal

Tijeras y sacapuntas de metal, latas de aluminio, elementos de hierro, plomo, cobre y bronce.



- a) Explicá cómo se calculó el porcentaje.

.....

.....

- b) Expresá ese porcentaje como razón entre basura recuperada y total de la basura. ¿Cuál de los dos números indica un valor aproximado? Explicá por qué.

.....

.....

- c) Se considera que 0,8 kg de basura equivalen a 1 litro. ¿Cuántos contenedores de 3.200 litros se necesitan para contener toda la basura de la ciudad? ¿Y si fueran los de 1.100 litros?

.....

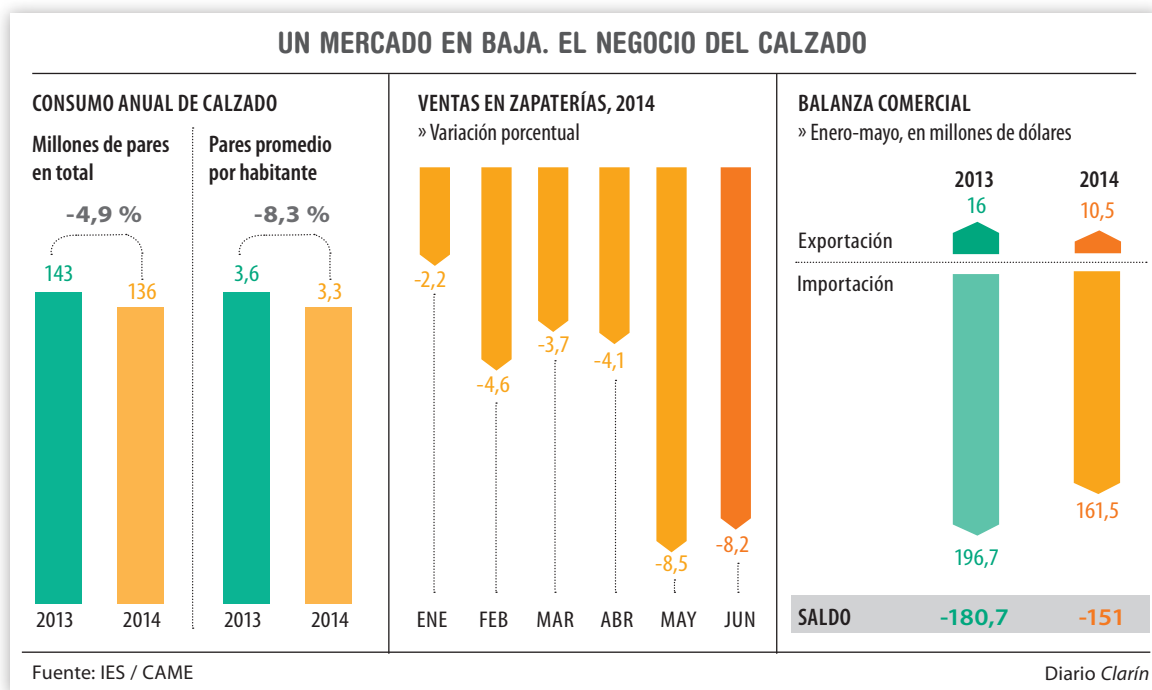
.....

- d) Otra información dice que los residuos orgánicos representan entre el 45% y el 50% de los residuos domiciliarios, y sirven para hacer compost. Otro 30% de la basura es plástico, vidrio y cartón.

- ¿Cuántas toneladas de residuos se usan para compost y cuántas son residuos reciclables?

.....

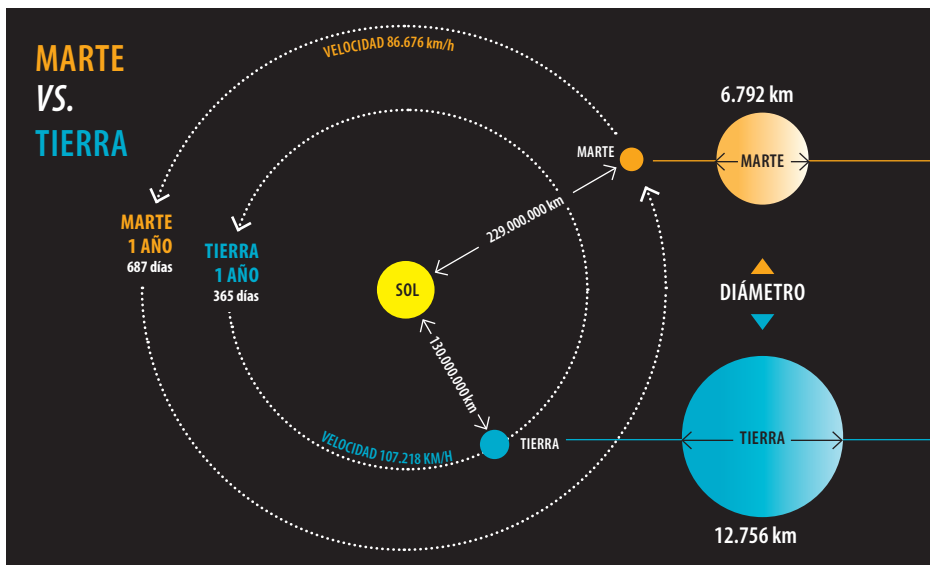
3. Cada argentino adquiere 3,23 pares cada 12 meses. El consumo *per cápita* bajó 7%. Los precios aumentaron un 20% y el cuero, un 40%.



- ¿Puede una persona comprar 3,23 pares de zapatos? Explicá qué quiere decir la expresión “cada argentino adquiere 3,23 pares cada 12 meses”.
- ¿Qué cálculos hay que hacer para obtener -4,9% de la primera columna?
- En la segunda columna, explicá el significado de los números 3,6 y 3,3. Hacé los cálculos necesarios para obtener -8,3%. ¿Por qué se usan números negativos para estos porcentajes?
- ¿Qué diferencia de porcentaje en las ventas hubo entre los meses de enero y febrero? ¿Y entre mayo y junio? Escribí los cálculos que hay que hacer para pasar de un número a otro en la tercera columna.
- ¿Qué porcentaje disminuyó la exportación entre 2013 y 2014? ¿Y la importación? Escribí las cantidades de dinero de los saldos de la balanza comercial de los años 2013 y 2014.



4. El gráfico que sigue se incluyó en un artículo de la revista *Viva*.



- ¿Qué relación hay entre el diámetro de Marte y el diámetro de la Tierra? ¿Y entre las distancias al Sol de ambos planetas?
- ¿Qué relación se puede establecer entre los tiempos de duración del año en cada uno de los planetas? Compartí las relaciones que hayas encontrado con tus compañeros y comparen las escrituras. ¿Son equivalentes?
- El dibujo, ¿está en escala? Explicá cómo pensaste la respuesta.
- La distancia entre Marte y la Tierra es de 92 millones de kilómetros. Construí en escala el triángulo formado por el Sol, la Tierra y Marte.
- Calculá las medidas aproximadas de las órbitas de la Tierra y Marte.
- La forma de las órbitas, ¿será un círculo, como muestra la figura? Explicá cómo lo pensaste.

Números racionales

Los números racionales son muy utilizados para resolver problemas provenientes de la física, la biología y, en general, para situaciones de la vida cotidiana.

Cuando realizamos mediciones efectivas de objetos concretos

siempre usamos números racionales y obtenemos un valor aproximado; ninguna medición con instrumentos dará un valor exacto.

La palabra “racional” se deriva de *razón*, forma en que es posible escribir todo número racional.

OPERACIONES EN Q

1. Los siguientes son fragmentos de una nota del diario *Página 12* del 9 de agosto de 2014.

Entre las redes sociales, Twitter perdió 145 millones de dólares en el segundo trimestre del año 2014. Había perdido 42 millones en el mismo período de 2013.

Sin embargo, la red social sorprendió al lograr aumentar sus ingresos en un 124 por ciento más que hace un año.

Facebook es por lejos la red dominante en Argentina, manteniéndose prácticamente estable respecto de un año atrás, con la participación de un 89 por ciento del total de usuarios de internet, según un estudio reciente de la consultora Carrier & Asociados. En un segundo pelotón, aunque bien lejos, aparece Twitter, utilizada por un 22 por ciento, seguida de cerca por Google+ (19), impulsada por

la alta adopción de smartphones con Android que "invitan" a sus usuarios a unirse a esa red social. Ya más lejos figura LinkedIn (10), mientras que Instagram (7 por ciento) marca la relevancia de la combinación fotos y celular. Se estima que en Argentina hay aproximadamente 16 millones de usuarios de internet.

- a) ¿Qué relación se puede establecer entre las pérdidas de 2013 y 2014?

.....

- b) ¿Cuánto dinero representa el aumento de ingresos?

.....

- c) Calculá la cantidad de usuarios de cada una de las redes sociales.

.....

.....

2. Un avión Cessna usado cuesta alrededor de 58.500 dólares. El valor del dólar hoy es de \$8,420.

- a) ¿Cuánto cuesta el avión en pesos?

- b) Calculá la altura de los billetes de \$100 que se necesitan para pagarlo, sabiendo que el espesor de un billete es de 0,08 mm.

.....

.....

3. El precio de la nafta súper hoy es de \$11,45. Juan viajará de Buenos Aires a Neuquén en un auto que consume 6,42 l cada 100 km, y cuyo tanque tiene una capacidad de 48,5 litros.

- a) Sabiendo que la distancia entre Neuquén y Buenos Aires es de 1.140 km, ¿cuánto dinero necesita?

.....

.....

- b) ¿Cuántas veces tendrá que llenar el tanque?

.....

.....



4. Resolvé con la calculadora.

$$5 + \frac{1}{4 + \frac{1}{3 + \frac{1}{2}}}$$



5. Ahora, sin el uso de la calculadora, resolvé las siguientes operaciones y escribí qué propiedades usaste para hacerlo.

a) $\sqrt[3]{3467^{-3}} =$

.....

b) $\sqrt{4^{10}} =$

.....

c) $\sqrt[5]{7^{-10}} =$

.....

d) $\sqrt{\frac{1}{627}} \cdot \sqrt{627} =$

.....

6. **EN GRUPOS.** Busquen los números a que cumplan con cada condición e indiquen cuántos hay en cada caso.

a) $a \cdot \frac{7}{5} = 1$

.....

b) $a \cdot \frac{7}{5} < 1$

.....

c) a multiplicado por $\frac{7}{5}$ da un número comprendido entre 0 y 1.

.....

.....

7. Considerá que a es un número racional y decidí si son verdaderas las siguientes igualdades e indicá qué propiedades usaste para decidir la validez en cada caso.

a) $\frac{a}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{2} \cdot \frac{a}{3}$

.....

b) $\frac{a \cdot 5}{3} = \frac{a}{3} \cdot 5 = a \cdot \frac{5}{3} = a \cdot \frac{1}{3} \cdot 5 = \frac{a}{3 \cdot 5}$

.....

c) $\frac{a+5}{3} = \frac{a}{8} + 5 = \frac{a}{8} + \frac{5}{8}$

.....

d) $-a : \frac{5}{4} = a \cdot \frac{1}{5} = (a \cdot 4) : 5$

.....

e) $-(5 - b) = b - 5$

.....

8. **EN GRUPOS.** Utilicen la calculadora y resuelvan.

a) Calculen con la calculadora las siguientes operaciones.

$1.000.000.025^2 - 999.999.975^2 =$

$(1.000.000.025 + 999.999.975) \cdot (1.000.000.025 - 999.999.975) =$

b) Hagan lo mismo con las siguientes.

$1.234.567.890^2 - 1.234.567.889^2 =$

$(1.234.567.890 + 1.234.567.889) \cdot (1.234.567.890 - 1.234.567.889) =$

c) ¿Esta relación será válida con cualquier par de números? Encuentren una manera de expresar esta relación de forma algebraica y prueben su validez.

.....

9. Ahora calculá usando 17^2 y 17^3 y explicá cómo los resolviste.

a) Calculá con la calculadora científica el valor de 17^{12} .

.....

b) Calculá de la misma manera 19^{11} .

.....

10. **EN GRUPOS.** Traten de completar los siguientes cálculos, en un primer momento sin calculadora. Expliquen los procedimientos. Verifiquen luego con la calculadora la respuesta. En caso de error, expliquen por qué se equivocaron.

a) $4,56789 \cdot 10^4 + 121,23 \cdot 10^5 = 121,686789 \cdot 10^{\text{○}}$

.....

b) $1,23 \cdot 10^5 \cdot 4,56789 \cdot 10^4 = 5,6185047 \cdot 10^{\text{○}}$

.....

c) $9,87 \cdot 10^{-2} + 6,54 \cdot 10^2 = 6,540987 \cdot 10^{\text{○}}$

.....

d) $9,8 \cdot 10^{-2} \cdot 6,5 \cdot 10^{-2} = 6,37 \cdot 10^{\text{○}}$

.....

e) $2,3 \cdot 10^3 + 4,5 \cdot 10^4 = 4,73 \cdot 10^{\text{○}}$

.....

f) $1230 + 45,67 = 1,27567 \cdot 10^{\text{○}}$

.....

g) $1230 \cdot 45,67 = 5,61741 \cdot 10^{\text{○}}$

.....

h) $1 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^{-2} + 3 \cdot 10^{-1} + 4 + 5 \cdot 10 + 6 \cdot 10^2 =$

.....

11. Si se restan los cuadrados de dos números consecutivos, el resultado es igual a la suma de esos dos números, como muestra este ejemplo.

$$12^2 - 11^2 = 12 + 11$$

a) ¿Sucederá lo mismo con cualquier par de números consecutivos? ¿Y si tomamos 8,5 y 7,5?

.....

b) Tratá de explicar por qué sucede esto. Podés pensar el cuadrado como la figura geométrica para intentar una explicación.

.....

.....

12. **EN GRUPOS.** Utilicen la calculadora y respondan.

a) Verifiquen que $\sqrt{49} + \sqrt{36} = 49 - 36$

¿Sucede lo mismo con $\sqrt{25}$ y $\sqrt{36}$?

.....

b) ¿Habrá otros números que cumplan con esta propiedad?

.....

c) Traten de probar esta relación.

.....

13. x e y son expresiones numéricas.

$$x = 17 + 5\sqrt{3} \qquad y = 17 - 5\sqrt{3}$$

a) Resolvé $x + y$; $x \cdot y$; $x^2 + y^2$. ¿Qué propiedades usaste?

.....

.....

b) Hacé el mismo trabajo, pero en este caso:

$$x = 23 + 7\sqrt{5} \qquad y = 23 - 7\sqrt{5}$$

.....

.....

c) Intentá generalizar lo que sucede en estos cálculos considerando los números.

$$x = a + b\sqrt{c} \qquad y = a - b\sqrt{c} .$$

.....

.....

.....

14. Resolvé de dos maneras diferentes. Podés usar la calculadora.

• $\sqrt{325} \cdot \sqrt{52} =$

• $\sqrt{833} \cdot \sqrt{612} =$

a) ¿Qué propiedad usaste para que el resultado sea un entero?

.....

b) ¿Qué clase de número se obtiene si al hacer el cálculo no se usa esa propiedad?

.....

RELACIONES DE ORDEN Y OTRAS RELACIONES CURIOSAS

1. **EN GRUPOS.** Escriban una fracción mayor que $\frac{3}{8}$ y menor que $\frac{13}{20}$ que cumpla con las condiciones siguientes.

a) Que tenga denominador 5.

.....

b) Que tenga numerador 9.

.....

c) Con denominador que sea una potencia de 10.

.....

2. Coloquen los signos $>$; $<$ o $=$ en lo que sigue.

a) 5 5^2

b) (-5) $(-5)^2$

c) -5 $(-5)^3$

d) 5 5^3

e) 5 5^0

f) -5 $(-5)^0$

g) $\frac{7}{5}$ $\frac{7^2}{5}$

h) $\frac{7}{5}$ $\frac{7^3}{5}$

i) $0,5$ $0,5^2$

j) $0,5$ $0,5^3$

k) $(-0,5)$ $(-0,5)^4$

l) $(-0,5)$ $(-0,5)^3$

- ¿Es posible llegar a generalizar alguna regla? Escribanla.

.....

.....

.....

3. Analizá si la siguiente afirmación es verdadera.

"Siendo a y b dos números racionales, si $a^2 = b^2$, entonces se puede afirmar que $a = b$ ".

- Escribí los argumentos que usaste para responder.

.....

.....

4. **EN GRUPOS.** ¿Qué porcentaje de a^2 es el número a ?

a) Hacer el estudio para:

$a = 2$ $a = 4$ $a = 10$ $a = 25$ $a = 50$

b) ¿Qué pueden decir de la relación entre a y los porcentajes que obtuvieron? Escriban las conclusiones.

.....

.....

c) Hagan el mismo estudio para a y a^3 . Usen los valores que se usaron anteriormente para a y escriban las relaciones que encontraron.

.....

.....

.....

5. ¿Cuál es el menor número natural por el que se debe multiplicar $(2^3 \cdot 3^2 \cdot 5)$ para que el producto resulte un cuadrado perfecto? Resuélvelo mentalmente y explicá cómo lo pensaste.

.....

6. Se sabe que $3^a = 6$. ¿Cuál será el valor de 3^{a+2} ? Resuélvelo mentalmente y explicá cómo lo pensaste.

.....

7. Continúa la siguiente secuencia:

$1 \cdot 2 = 1 + 1^2$

$2 \cdot 3 = 2 + 2^2$

$3 \cdot 4 = 3 + 3^2$

$4 \cdot 5 = 4 + 4^2$

$5 \cdot \dots = \dots$

$6 \cdot \dots = \dots$

$\dots = \dots$

$\dots = \dots$

a) ¿Cómo se escribe la expresión que generaliza la ley de formación de la secuencia?

$n \cdot \dots = \dots$

b) ¿Qué propiedades representa esta expresión?

.....

8. Calculá el valor de $(-1)^{2n}$ siendo n un número natural. Probá con varios números y estudiá cómo varía el resultado en cada caso.

a) Si n es un entero negativo.

.....

b) Si n es cero.

.....

c) Si n es $\frac{3}{2}$.

.....

9. Las cifras del 1 al 9 pueden organizarse en dos números cuya razón es $\frac{1}{2}$.

Por ejemplo: $\frac{7,329}{14,658} = \frac{1}{2}$. Estos nueve dígitos también se pueden repartir para formar fracciones equivalentes a $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$.

- Escribí otras soluciones para estas fracciones. Podés usar calculadora.

.....

REDONDEO Y TRUNCAMIENTO

1. A la derecha se muestra un ticket de supermercado.

a) Calculá el monto sin tener en cuenta los centavos.

.....

.....

b) ¿Qué pensás del siguiente modo de aproximación:
"al total de pesos le agrego $15 \cdot 0,50$ "?

.....

.....

.....

c) Compará el monto exacto de la compra con la aproximación anterior. ¿Cuál es la diferencia?

.....

.....

2. Siempre se habla sobre lo que inciden los intermediarios en el precio final de algún producto.

a) El precio final de un televisor que pasó por 3 intermediarios es \$3.799. Cada intermediario recargó el 30%. ¿Cuál es el precio de costo?

.....

.....

.....

b) Ese televisor se puede pagar en 12 cuotas sin interés. ¿Cuál es el valor de cada cuota?

.....

.....

.....

c) ¿Y si se paga en 6 cuotas?

.....

.....

.....

d) ¿Y en 9?

.....

.....

.....

e) ¿En qué casos se hace un redondeo? ¿En cuáles, truncamiento?

.....

.....

.....

Lácteos	13,20
Perfumería	6,80
envasados	9,20
envasados	24,70
Vinos	24,70
Limpieza	43,70
Limpieza	23,70
Verduras	19,25
Verduras	5,05
Bebidas	14,90
Bebidas	22,85
Lácteos	14,90
Panadería	11,88
Panadería	23,10
Panadería	11,80



Para redondear un número decimal a dos cifras decimales:

- si la tercera cifra decimal es 0, 1, 2, 3 o 4, dejamos las dos cifras decimales que están.
- si la tercera cifra decimal es 5, 6, 7, 8 o 9, aumentamos en 1 la segunda cifra decimal.

3. Resolvé las siguientes operaciones y escribí el resultado según se indica.

a) $\frac{1}{5} : 0,52$ truncado a dos cifras decimales.

.....

b) $\frac{7}{9}$ aproximado por redondeo a dos cifras decimales.

.....

c) $0,3^3$ aproximado por redondeo a dos cifras decimales.

.....

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$ truncado a dos cifras decimales.

.....

- Explicá cómo lo hiciste.

4. **EN GRUPOS.** Piensen y trabajen entre todos.

a) Escriban tres números con seis cifras decimales que, al ser redondeados a cuatro cifras, den 0,5467. Representen en la recta numérica todos los números que puedan cumplir con esta condición.

.....

.....

b) Escriban tres números con seis cifras decimales que, al ser truncados a cuatro cifras, den 0,5467. Representen en la recta numérica todos los números que puedan cumplir con esta condición.

.....

.....

c) ¿Qué pueden decir de la ubicación de estos números en la recta numérica?

.....

d) Comparen los errores cometidos en cada caso tomando los números de ambos ítems.

.....

.....

5. Respondé.

a) ¿Qué valores de π obtenemos si redondeamos en la segunda y cuarta cifras?

.....

b) ¿Y qué valores si hacemos un truncamiento en las mismas cifras?

.....

c) Calculá la longitud del ecuador como si la Tierra fuera redonda, usando los valores de π de los incisos anteriores y los datos del problema de la página 12.

.....

.....

d) Analizá los errores que se pudieron haber cometido.

.....

.....



- Enrique estaba realizando los preparativos para ir a Sudáfrica como estudiante de intercambio durante 3 meses. Necesitaba cambiar algunos dólares a rands sudafricanos (RSA).
 - Enrique cambió 3.000 dólares a rands sudafricanos usando un conversor que encontró en Internet, que le informa que por ese monto en dólares corresponde que le den 32.771,89583. ¿Cuánto cotiza el dólar en rand y en pesos?
 - ¿Cuántos rand le habrán entregado si tuvo que pagar el 35% de impuesto al turismo?
 - ¿Qué cantidad de rands podía gastar por mes?
 - Al volver, tres meses después, a Enrique le quedaban 3.900 RSA. Los cambió por dólares, pero el tipo de cambio se había modificado: 1 dólar = 9,8 RSA. ¿Cuántos dólares recibió?
 - ¿Lo favoreció el tipo de cambio? Da una explicación que justifique tu respuesta.
 - ¿Cuál es el porcentaje de variación del valor del rand en relación con el dólar?
- El radio ecuatorial de la Tierra es de aproximadamente 6.378,3 km. También se sabe que la razón entre el radio de la Tierra y el de la Luna es $\frac{1}{0,272}$.
 - ¿Cuál es la medida aproximada del radio de la Luna?
 - Supongamos que tanto la Tierra como la Luna son esféricas. ¿Cuál es la proporción entre sus círculos máximos?
- Te damos a continuación el diámetro de algunos astros del sistema solar:

Mercurio 4.878 km;	Saturno $12 \cdot 10^4$ km
Venus $1,21 \cdot 10^4$ km	Neptuno 48.000 km
Tierra 12.756 km	Plutón 3.500 km.

- Ordenalos del más chico al más grande. ¿Es necesario hacer los cálculos?
 - Explicá cómo lo hiciste.
- Hasta el año 1999, se había registrado que en el mundo había 350 millones de personas vivas infectadas con hepatitis B. La población mundial en ese momento se estima que era de 6 mil millones.
 - ¿Cuál era la razón entre las personas infectadas y el total de la población mundial?
 - ¿Es correcto decir que, aproximadamente, 6 de cada 100 personas vivas estaban infectadas con el virus de la hepatitis B?
 - El 55% de los niños y niñas que cursan primer año básico presentan problemas de caries.
 - ¿Cuántos niños y niñas por cada 100 de primer año tienen problemas de caries?
 - Según esta información, aproximadamente, ¿cada cuántos alumnos de primer año uno de ellos tiene problemas de caries?



AUTOEVALUACIÓN

1. La población de Argentina creció en los últimos años según los datos de la tabla.

Año	Población	Población masculina	Población femenina
2013	41.446.246	20.283.374	21.162.872
2012	41.086.927	20.105.384	20.981.543
2011	40.728.738	19.928.259	20.800.479
2010	40.374.224	19.753.315	20.620.909

- a) Calculá los porcentajes de población femenina y masculina en cada año.
b) Calculá el porcentaje de aumento de la población entre 2010 y 2013.
c) Si se mantiene el porcentaje de aumento entre 2012-2013, ¿cuántos habitantes habrá en 2014?
2. Analizá las aproximaciones que da la calculadora de los siguientes números. Explicá qué hace en cada caso.

$$\frac{8}{7}$$

$$\frac{8}{3}$$

$$\frac{8}{11}$$

$$\frac{80}{11}$$

3. Decí si son verdaderas las siguientes expresiones y explicá por qué.

a) $-\left(\frac{4a+7}{7}\right) = -\frac{4}{7}a - 7$

b) $-a \cdot \frac{3}{4} = a \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -\left(a \cdot \frac{3}{4}\right)$

c) $\frac{n}{2} + \frac{2}{n} \geq 2$ para cualquier valor de n .

d) $\frac{n}{5} + \frac{5}{n} \geq 2$ para cualquier valor de n .

4. Respondé.

- a) ¿Por qué número se puede reemplazar m para que se verifique la siguiente igualdad?

$$\frac{5}{7} \cdot m + 5 = 12$$

- b) Escribí diez multiplicaciones diferentes que den por resultado 5.
c) ¿Cuántas multiplicaciones posibles hay?
d) ¿Por qué números racionales se puede reemplazar a m y n para que su producto sea $\frac{7}{10}$?