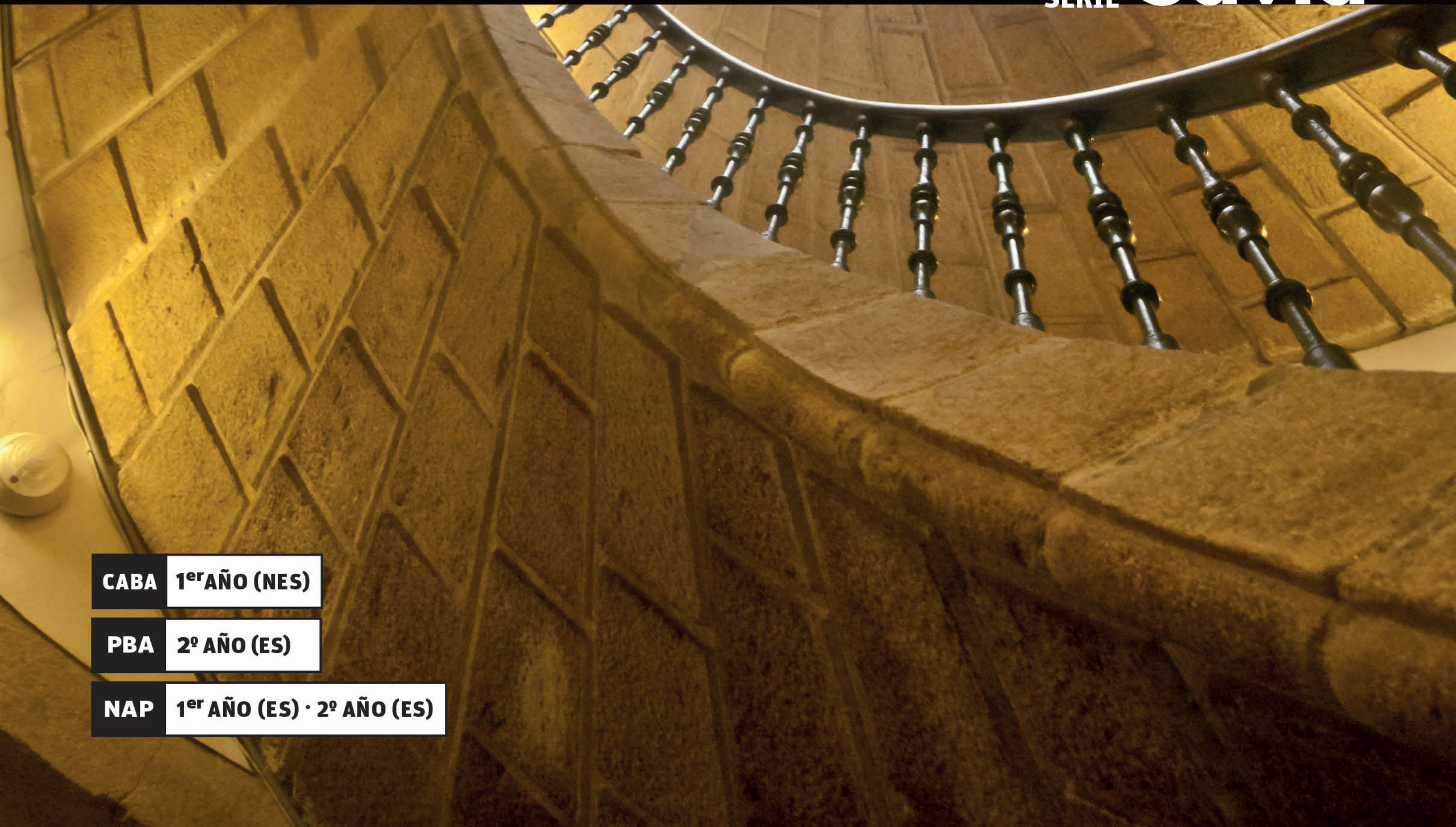
sm

Matemática II

SERIE Savia



CABA	1er AÑO (NES)
PBA	2º AÑO (ES)
NAP	1er AÑO (ES) · 2º AÑO (ES)

SERIE **Savia**

¡Bienvenido! La compra de este libro te permite disfrutar de sus contenidos y de todos los recursos digitales de Savia. Incluye actividades que te permitirán repasar lo visto en clase, resolver dudas, profundizar y prepararte para los exámenes.

PARA INGRESAR A LA PLATAFORMA SAVIA DIGITAL DEBERÁS ACTIVAR UNA CUENTA. SEGUÍ ESTOS SENCILLOS PASOS.

1. Ingresá al sitio ar.sm**savia**.com

2. Si no tenés usuario y contraseña, hacé clic en **Registrate aquí** y seguí las instrucciones.

3. Si ya tenés usuario y contraseña, ingresá los datos en los campos correspondientes y hacé clic en **Entrar**.

4. Ingresá esta clave de licencia para tener acceso al **libro digital** y a los **contenidos digitales asociados**.

5. También ingresá el **código que te proporcionará tu profesor** para unirte a su curso.

¡Te deseamos mucho éxito en tus estudios!

Para mayor información consultá ar.sm**savia**.com

IMPORTANTE

Esta licencia estará vigente desde la fecha de tu registro hasta el fin del ciclo escolar. La clave de la licencia solo podrá ser utilizada una vez. Si tenés alguna duda, comunicate con el Servicio de Atención al Cliente (SAC) al teléfono **0-800-122-7672** o a **clientes@grupo-sm.com.ar**.

Matemática II

SERIE Savia

CONOCÉ EL PROYECTO Savia

Savia es un proyecto que promueve el desarrollo de capacidades fundamentales mediante el aprendizaje significativo y que te acompaña a vos y a tu docente con una propuesta personalizable.

Savia propone la **innovación** como una forma de mejorar la **calidad educativa**, considerando principalmente los siguientes aspectos:

Desarrollo de capacidades

- Propuestas para mejorar la comprensión lectora y la expresión oral.
- Herramientas y técnicas de estudio que te ayudarán a aprender a aprender.

Aprendizaje efectivo

- Evaluación diagnóstica, para indagar tus saberes previos.
- Evaluación de proceso, para que puedas conocer el avance de tus aprendizajes.
- Autoevaluaciones, para que compruebes cuánto aprendiste.

Pedagogía del cuidado

- Cuidado de uno mismo.
- Convivencia y cuidado de los demás.
- Cuidado del ambiente.

Contás con un entorno virtual de aprendizaje en el que, junto con tus compañeros y guiado por tu docente, podrás acceder a más recursos y actividades, así como profundizar y ampliar los contenidos.

Este impreso en las páginas del libro indica que en tu entorno virtual encontrarás **más actividades**, **recursos** y **retos integradores**.

Matemática II. Da respuesta a los cuatro ejes fundamentales:

Números y operaciones	**Números naturales, enteros y racionales**
Álgebra y funciones	**Fórmulas, gráficos y expresiones algebraicas**
Geometría y magnitudes	**Figuras, construcciones y medidas**
Estadística y probabilidad	**Fenómenos y experimentos aleatorios**

CONOCÉ TU LIBRO

Comenzamos en tres pasos

Saberes previos - Comunicación - Trabajo con otros

Tu libro está organizado en unidades. Cada una se inicia con una imagen que te invita a realizar un recorrido inicial a través de:

Ampliá tu mirada: un texto breve que amplía la información de la imagen haciendo foco en lo que se va a trabajar en la unidad.

Situación de partida: con un problema real o ficticio, te invitamos a recordar y repensar lo que sabés para comenzar la unidad.

Compartí tu opinión: un espacio de intercambio de ideas que busca motivar la expresión oral y la comunicación.

En encontrarás **videos** y **animaciones** que te permitirán acercarte al tema de la unidad y recuperar lo que ya sabés.

Matemática en contexto

Situaciones - Problemas - Actividades

Los distintos temas de las unidades son estudiados a partir de contextos y situaciones reales que dan lugar al contenido.

Resolución de problemas

Aprender a resolver problemas, comprender sus enunciados, formular estrategias y resolverlos.

Taller de modelización

En este taller vas a descubir la matemática como modelo para entender situaciones reales o teóricas.

Herramientas para aprender

Aprender a aprender

Propuestas para aplicar **técnicas de estudio**, indagar sobre cómo resolver problemas e integrar herramientas digitales a tu aprendizaje.

Comprensión lectora

Leer, relacionar, comprender

Selección de textos para ejercitar la comprensión lectora y analizarlos desde los saberes matemáticos.

Con el **Glosario activo** podrás pensar acerca del significado de las palabras en su contexto y enriquecer tu vocabulario.

Integro lo aprendido

Resolución de problemas
Pensamiento crítico

Antes de terminar la unidad podrás relacionar y ampliar los contenidos estudiados mediante organizadores gráficos y actividades de la página **Integro lo aprendido**.

Me pongo a prueba

Al finalizar cada unidad podrás evaluar tus aprendizajes y reflexionar sobre cómo trabajaste y qué estrategias aplicaste para alcanzar los objetivos.

En vas a encontrar una **autoevaluación** para que puedas comprobar todo lo que aprendiste en la unidad.

Me comprometo

Te animamos a la reflexión, a la participación y al debate sobre diversos temas. Podrás compartirlos en en el foro de valores.

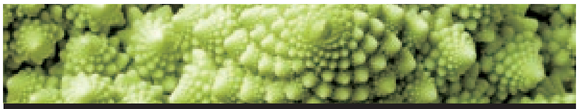
Taller de debate

¿Cómo exponer tu opinión y convencer a los demás?
Para hacer una **investigación** se necesita curiosidad y un buen **equipo**.
Esta sección te propone algunas pautas y pistas para que ejerzas tu pensamiento crítico y tu capacidad para comunicar y defender tus ideas.

Índice

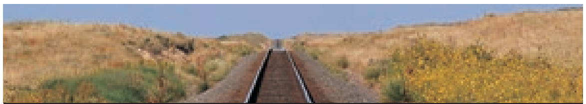
1 Números naturales y álgebra

2 Números enteros



3 Números racionales

4 Funciones a través de gráficos



5 Iniciación al estudio de la función lineal

6 Figuras planas y construcciones

7 Área de figuras y teorema de Pitágoras

8 Estadística y probabilidad

Matemática II

Es un proyecto didáctico colectivo creado en SM Argentina,
bajo la dirección editorial de **Silvia Lanteri**, por el siguiente equipo:
Samantha Matos, María Fernanda Brizuela y Daniela Parada
Gerente editorial: **Fernando Schneider**
Editora ejecutiva de Matemática: **Daniela Parada**
Jefa de Diseño: **Noemí Binda**

Responsable de Corrección: Patricia Motto Rouco
Diseño de tapa e interior: Rafael Medel y López
Diagramación: Vanina Rodriguez
Ilustración: Matías Pérez, Alberto Díaz Pérez (El Bello Quebrado), Alberto García (Pelorroto)
Fotografía: Archivo SM
Asistente editorial: Ruth Alonso Cabral
Coordinador de Operaciones: Nicolás Palladino
Gerente de Planificación e Inteligencia de Mercado: Vanesa Chulak
Responsable de Preimpresión: Sandra Reina

Savia Matemática II *ha sido enriquecido gracias a las reflexiones y aportes del siguiente Equipo de Profesores Asesores (EPA): Cecilia Schneider, Carolina Bruni, Daniela Palacio, Fabiana Tasca, María Eugenia Pujadas, Beatriz Artesi, Sandra Pagliaticci y Verónica Diéguez.*

©ediciones sm, 2017
Av. Callao 410, 2º piso
[C1022AAR] Ciudad de Buenos Aires
ISBN 978-987-731-568-4

Hecho el depósito que establece la ley 11.723
Impreso en Argentina / *Printed in Argentina*

La editorial está a disposición de los eventuales poseedores de los derechos de fuentes iconográficas o literarias no identificadas.

Primera edición. Este libro se terminó de imprimir en el mes de septiembre de 2017, en IMPRENTA, Buenos Aires.

Matemática II. Savia / Samantha Matos; María Fernanda Brizuela; coordinación general de Fernando H. Schneider; Daniela Parada; dirigido por Silvia Lanteri; editado por Samantha Matos; María Fernanda Brizuela; Daniela Parada. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: SM, 2017.
176 p.; 27 x 20 cm.

ISBN 978-987-731-568-4

1. Matemática. 2. Educación Secundaria. I. Schneider, Fernando H., coord. II. Parada, Daniela, coord. III. Lanteri, Silvia, dir. IV. Matos, Samantha, ed. V. Brizuela, María Fernanda, ed. VI. Parada, Daniela, ed. VII. Título.

CDD 510.712

3 Números racionales

Ampliá tu mirada

Los números racionales son aquellos que pueden expresarse como una fracción, es decir, una razón entre dos números enteros.
Se usan para indicar proporciones, medidas, particiones, etcétera.
Los fractales son objetos geométricos cuya estructura básica se repite a diferentes escalas. El romanesco, un híbrido de brócoli y coliflor, es un hermoso ejemplo de fractal en la naturaleza.
¿Dónde usás números racionales? ¿Conocés algún otro fractal en la naturaleza?

- Fracciones en contexto de medida y proporciones.
- Operaciones con números racionales; potenciación y radicación.
- Orden; expresiones decimales; notación científica.

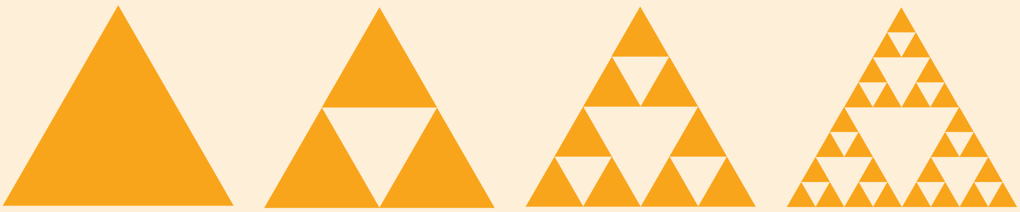
ar.smsavia.com

¿Cómo se relacionan los números racionales y el deporte? Miren el video y averígüenlo.

Fractales

Los fractales se producen repitiendo un procedimiento geométrico elemental, que está ligado a una partición. En los fractales más sencillos esta partición está definida por una fracción.

El siguiente modelo es un fractal conocido como el **Triángulo de Sierpinski**. Para construirlo se repite el siguiente procedimiento geométrico a partir de un triángulo equilátero: se marcan los puntos medios de los lados del triángulo, se unen y se quita el triángulo definido por esos segmentos. El procedimiento se repite con cada uno de los triángulos que quedan formados.



T_0 T_1 T_2 T_3

- Observá las cuatro figuras. ¿Los triángulos que las forman son iguales entre sí? ¿Y los triángulos que se quitan?
- ¿Cómo se llama la cuarta figura? ¿Por cuántos triángulos está formada?
- ¿Qué parte del lado del triángulo original mide el lado de esos triángulos?
- ¿Qué parte del triángulo original ocupa cada uno de esos triángulos?
- Supongamos que el área de T_0 es 1. ¿Cuál es el área de T_1? ______
- ¿Cuál es el área de T_2? ¿Y de T_3? ______

Compartí tu opinión

1. Compartan entre todos qué tuvieron en cuenta para averiguar las áreas de las figuras T_2 y T_3.
2. Averigüen cuál es la relación que hay entre el subíndice del nombre de la figura y la cantidad de triángulos que la forman.
3. Averigüen cuál es la relación que hay entre el subíndice del nombre de la figura y la medida del lado de los triángulos que la forman respecto del triángulo original.
4. Averigüen cuál es la relación que hay entre el subíndice del nombre de la figura y la parte del triángulo original que ocupa uno solo de los triángulos que la forman.
5. En grupos, inventen y construyan otro fractal.
6. Compartan entre todos el procedimiento geométrico que usaron para construir el fractal y cuáles son las fracciones involucradas en él.

Fracciones y medida

1. Resolvé las consignas considerando el siguiente segmento como la unidad.

a. Dibujá un segmento que mida $\frac{1}{2}$ de la unidad.

b. Dibujá un segmento que mida $\frac{7}{6}$ de la unidad.

c. Dibujá un segmento que mida $\frac{3}{4}$ de la unidad.

2. Este rectángulo representa un terreno que hay que dividir según las siguientes indicaciones. Podés dibujar sobre el rectángulo para resolver las consignas.

- *La mitad se pinta de verde y está destinada al parque.*
- *Una cuarta parte del resto se pinta de rojo y está destinada a la construcción de la casa.*
- *Un sexto de lo que queda se pinta de azul para indicar el lugar de la pileta.*

a. Expresá con fracciones los sectores del terreno.

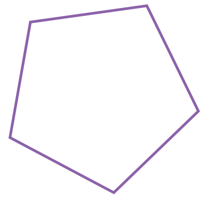
b. ¿Cuántas veces entra el sector rojo en el verde?

c. ¿Cuántas veces entra el sector azul en el verde? ¿Y en el rojo?

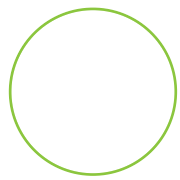
d. Indicá de menor a mayor las zonas delimitadas en el terreno.

3. Para cada caso, pintá la parte que se pide en cada figura.

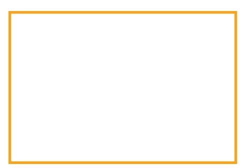
a. $\frac{1}{10}$ del pentágono.



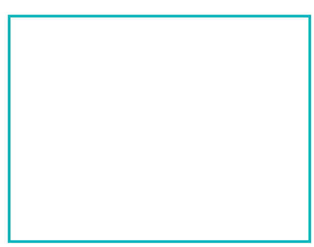
b. $\frac{3}{8}$ del círculo.



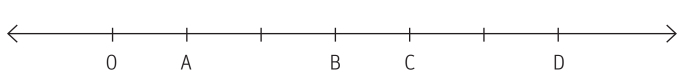
c. Un rectángulo que tenga $\frac{1}{4}$ de la altura del rectángulo dibujado y $\frac{1}{3}$ de la base de ese rectángulo.



d. Un rectángulo que tenga $\frac{2}{3}$ de la altura del rectángulo dibujado y $\frac{3}{2}$ de la base de ese rectángulo.



4. Considerá la siguiente recta numérica en la que se realizaron marcas equidistantes y se eligió la ubicación del O.



a. Si la marca B representa al 1, ¿qué número representa C? ______________

b. Si la marca B representa $\frac{1}{3}$, ¿qué número representa A? ______________

c. Si la marca D representa al 1, ¿qué número representa C? ______________

d. Si la marca B representa al 2, ¿qué número representa C? ______________

e. Si la marca C representa al 1, ¿en cuántas partes hay que dividir al segmento entre O y A para marcar $\frac{1}{12}$?

____

Fracciones y proporciones

ME COMPROMETO
Investigá por qué es importante la conservación de las selvas para el cuidado del medioambiente. Proponé estrategias para contribuir a la reducción de la deforestación y compartí tus ideas en el foro de la unidad.
ar.sm**savia**.com

1. Las selvas son el hábitat de las $\frac{2}{3}$ partes de toda la biodiversidad de la fauna y la flora del planeta. El 28% del oxígeno que consumen los seres vivos procede de las selvas tropicales. En sus comienzos, el 14% de la superficie de la Tierra estaba cubierto de selvas primarias, mientras que en la actualidad este porcentaje se ha reducido al 6%.

a. ¿Qué parte de la biodiversidad de seres vivos no vive en las selvas?

____

b. ¿Qué parte del oxígeno que consumen los seres vivos no procede de las selvas tropicales? Expresá ese porcentaje como fracción.

____

c. ¿Cuánto se redujo la superficie terrestre cubierta por selvas primarias? Expresá el porcentaje como fracción.

____

d. La superficie de la Tierra es de 510.101.000 km². ¿En cuántos kilómetros cuadrados se redujeron las selvas primarias desde sus comienzos hasta la actualidad?

____

2. Ignacio parte de Río Gallegos con su camión. Lleva 270.000 kilos de madera. En Bariloche descarga el 36% del total; en Neuquén descarga $\frac{1}{5}$ de lo que le queda; y en Viedma descarga el doble de lo que descargó en Neuquén.

a. ¿Cuántos kilos de madera dejó en Bariloche?

____

b. ¿Y en Neuquén?

____

c. ¿Qué cantidad de madera le quedó en el camión al salir de Viedma?

____

d. Si después de pasar por Viedma cargó $\frac{5}{6}$ de los kilos que dejó en Bariloche, ¿qué carga tendrá?

____

3. El ingreso mensual de una familia es de $18.000. Gastan $\frac{4}{9}$ en alquiler e impuestos, $\frac{4}{12}$ en comida, $\frac{1}{15}$ en ropa y calzado, y $\frac{5}{40}$ en nafta y transporte.

a. ¿Cuánto dinero destinan a cada rubro?

b. ¿Pueden ahorrar algo en el mes? Si es así, ¿cuánto?

4. En un estacionamiento hay 150 vehículos, de los cuales $\frac{1}{5}$ son motos; $\frac{6}{15}$, autos; y el resto, camionetas.

a. ¿Cuántas motos hay?

b. ¿Cuántos autos hay?

c. ¿Cuál es el porcentaje de camionetas en el estacionamiento?

5. En un negocio de ropa están cambiando los precios en las etiquetas de las prendas. Para calcular los nuevos precios, multiplican los anteriores por $\frac{3}{4}$.

a. ¿La variación en los precios es un aumento o un descuento? ¿Por qué?

b. ¿Cuál es el porcentaje de la variación sobre el precio original?

c. Completá la tabla.

Prenda	Jeans	Remeras estampadas	Remeras lisas	Camisas	Camperas finas	Camperas gruesas
Precio original (en $)	440	160	120	248	372	528
Precio de oferta (en $)						
Descuento (en $)						

d. ¿Por qué número hay que multiplicar el precio original para obtener el valor del descuento?

Orden de números racionales

1. Buscá tres fracciones que cumplan cada condición y explicá cómo las encontraste en cada caso.

a. Mayores que 1. ______________________________

____

b. Menores que 1. ______________________________

____

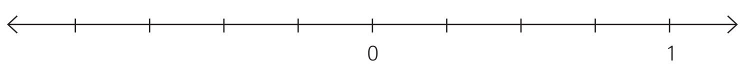
c. Entre 2 y 3. ______________________________

____

2. Escribí cómo darte cuenta de que una fracción es mayor que 1 o menor que 1.

____

3. Observá la siguiente recta numérica.



a. Ubicá $\frac{1}{2}$. Escribí cómo hiciste para ubicarlo.

____

b. Ubicá −1. Escribí cómo hiciste para ubicarlo.

____

c. Ubicá $-\frac{1}{2}$. Escribí cómo hiciste para ubicarlo.

____

d. Ubicá $-\frac{1}{4}$ y $-\frac{3}{8}$. Escribí cómo hiciste para ubicarlos.

____

____

4. Escribí las fracciones opuestas a las dadas. Explicá cómo lo hiciste.

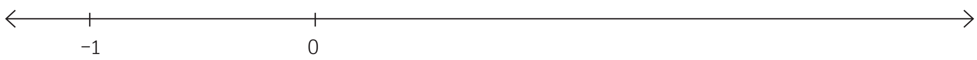
a. $\frac{1}{2}$ __________ **b.** $\frac{3}{4}$ __________ **c.** $-\frac{5}{3}$ __________ **d.** $\frac{11}{5}$ __________

____

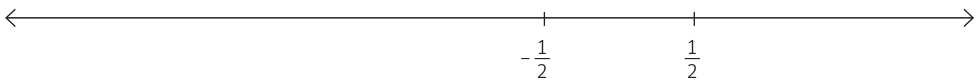
5. En tu carpeta, ordená de menor a mayor las ocho fracciones de la actividad anterior. Explicá cómo hiciste para ordenarlas.

6. Ubicá en las siguientes rectas los números que se indican.

a. $-\frac{1}{3}$ y $\frac{4}{3}$.

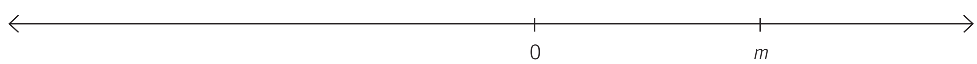


b. −3, −2 y 1.



7. Ubicá en la recta numérica los siguientes números considerando que *m* es un número natural. Explicá cómo los ubicaste.

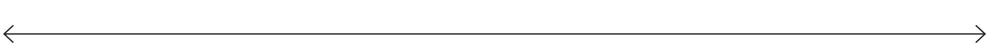
$-m$ $\qquad \frac{m}{2}$ $\qquad -\frac{m}{2}$ $\qquad -2\,m$ $\qquad -\frac{2}{3}\,m$ $\qquad -\frac{m}{6}$



8. Ordená los siguientes números racionales de menor a mayor. Explicá cómo los ordenaste.

$-\frac{1}{2}$ $\qquad \frac{2}{3}$ $\qquad -\frac{3}{4}$ $\qquad -\frac{1}{3}$ $\qquad \frac{1}{8}$ $\qquad 0$ $\qquad 1$ $\qquad -1$

9. Elegí una escala adecuada y ubicá en esta recta los números de la actividad anterior. Escribí cómo elegiste la escala.



Los **números racionales** son aquellos que pueden expresarse como una fracción. Cada número racional tiene su **opuesto**, que es aquel que se encuentra a la misma distancia del 0 en la recta numérica.

Por ejemplo, el opuesto de $\frac{5}{4}$ es $-\frac{5}{4}$ y el opuesto de $-\frac{1}{3}$ es $\frac{1}{3}$.

Expresiones decimales

1. Escribí las expresiones decimales equivalentes a cada fracción. Podés usar la calculadora.

a. $\frac{1}{2}$ = ____________ **d.** $\frac{3}{5}$ = ____________ **g.** $\frac{1}{6}$ = ____________

b. $-\frac{1}{4}$ = ____________ **e.** $-\frac{3}{10}$ = ____________ **h.** $-\frac{9}{20}$ = ____________

c. $\frac{1}{3}$ = ____________ **f.** $\frac{18}{10}$ = ____________ **i.** $-\frac{3}{6}$ = ____________

Las **expresiones decimales** pueden ser **finitas** o **infinitas**. Son finitas cuando las cifras decimales tienen un final y son infinitas cuando no lo tienen. Si la expresión decimal es infinita y tiene una parte que se repite, se la llama **periódica** y a la parte que se repite se le dice **período**. El período se suele marcar con un arco.
Por ejemplo, la expresión decimal de $\frac{8}{5}$ se puede obtener haciendo 8 : 5, que es 1,6 y es finita, mientras que $\frac{2}{11}$ = 0,181818... es infinita y periódica con período 18, por eso se escribe $0,\overset{\frown}{18}$.

2. Escribí 6 fracciones que tengan expresión decimal finita y 6 que tengan expresión decimal periódica.

____

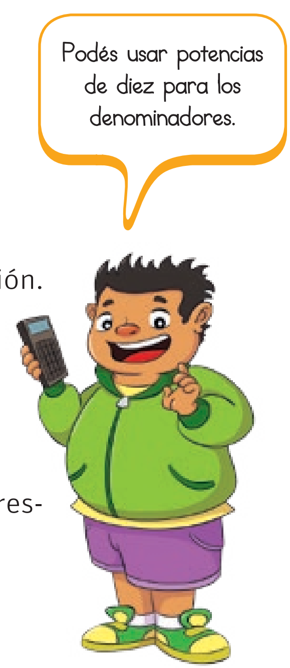
____

____

3. Expresá como fracción las siguientes expresiones decimales finitas.

a. 0,24 = ________ **c.** −0,125 = ________ **e.** 1,395 = ________

b. 2,3 = ________ **d.** −9,34 = ________ **f.** −23,4567 = ________



4. Sin hacer cálculos, escribí las expresiones decimales iguales a cada fracción.

a. $\frac{3}{10}$ = ________ **c.** $-\frac{705}{10}$ = ________ **e.** $\frac{44}{1.000}$ = ________

b. $\frac{567}{100}$ = ________ **d.** $-\frac{7}{100}$ = ________ **f.** $-\frac{2.203}{100}$ = ________

5. Usá la calculadora para hacer divisiones y encontrar una fracción que corresponda a cada expresión decimal periódica.

a. $0,\overset{\frown}{3}$ = ________ **c.** $1,\overset{\frown}{6}$ = ________ **e.** $-0,1\overset{\frown}{6}$ = ________

b. $-0,\overset{\frown}{1}$ = ________ **d.** $0,\overset{\frown}{27}$ = ________ **f.** $0,8\overset{\frown}{3}$ = ________

Expresiones decimales finitas

1. Sin hacer cuentas, indicá cuáles de estas fracciones tienen una expresión decimal finita.

○ $\frac{2}{3}$ ○ $\frac{4}{5}$ ○ $\frac{1}{10}$ ○ $\frac{1}{4}$ ○ $\frac{75}{100}$

○ $-\frac{1}{4}$ ○ $\frac{1}{6}$ ○ $\frac{3}{6}$ ○ $-\frac{2}{15}$ ○ $\frac{15}{4}$

2. Usá la calculadora para revisar tus decisiones de la actividad anterior. ¿De qué depende que una fracción tenga expresión decimal finita: del numerador, del denominador o de ambos?

____

3. Laura, Amelia y Estefanía escribieron estrategias para darse cuenta de si una fracción tiene una expresión decimal finita o no. En grupos, decidan cuáles son correctas y justifiquen cada decisión en la carpeta.

Laura
Si el denominador es 2 o 4, la expresión decimal termina en coma 5, coma 25, coma 75 o es entero.

Amelia
Si el denominador es 3 o un múltiplo de 3, la expresión decimal siempre es periódica.

Estefanía
Busco la fracción equivalente irreducible; si no, es engañoso: parece que la expresión decimal de $\frac{3}{6}$ es infinita, pero no es así.

4. Para cada una de estas fracciones, escribí, si es posible, una fracción decimal equivalente. Para las que no sea posible, explicá por qué.

a. $\frac{5}{4} =$ ______ **c.** $\frac{2}{3} =$ ______ **e.** $\frac{7}{20} =$ ______

b. $-\frac{4}{5} =$ ______ **d** $\frac{21}{12} =$ ______ **f.** $-\frac{1}{125} =$ ______

____

5. Escribí la expresión decimal de las fracciones de la actividad anterior. Rodeá las que sean finitas.

a. $\frac{5}{4} =$ ______ **c.** $\frac{2}{3} =$ ______ **e.** $\frac{7}{20} =$ ______

b. $-\frac{4}{5} =$ ______ **d.** $\frac{21}{12} =$ ______ **f.** $-\frac{1}{125} =$ ______

Las fracciones que tiene una **expresión decimal finita** son aquellas que tiene una fracción decimal equivalente, y esto sucede si el denominador de su fracción irreducible equivalente es producto de potencias de 2 y/o de 5.
Por ejemplo, la fracción equivalente irreducible de $\frac{15}{12}$ es $\frac{5}{4}$, su denominador es 4, que es 2^2, al multiplicar numerador y denominador por 25, se obtiene la fracción decimal $\frac{125}{100}$, cuya expresión decimal es 1,25. Es decir: $\frac{15}{12} = \frac{5}{4} = \frac{125}{100} = 1{,}25$.

Expresiones decimales periódicas

1. Julio encontró una forma de escribir algunas expresiones decimales periódicas. Leé la estrategia de Julio y usala para averiguar, en la carpeta, una fracción equivalente a $0,\overset{\frown}{5}$; a $0,\overset{\frown}{7}$ y a $1,\overset{\frown}{2}$.

Descubrí que $\frac{1}{9} = 0{,}111...$ entonces para encontrar una fracción igual a cualquier expresión periódica con un período de una sola cifra que empiece justo después de la coma, multiplico el período por la fracción $\frac{1}{9}$. Por ejemplo, si tengo 0,444... hago $4 \cdot \frac{1}{9} = \frac{4}{9}$.

2. Ana miró lo que hizo Julio y se quedó pensando cómo podía hacer si el período no empezaba a repetirse justo después de la coma. Escribió lo siguiente.

Si el período empieza unas cifras después de la coma, descompongo la expresión decimal en una suma entre una finita y otra periódica.
Por ejemplo, si tengo 0,4333..., lo escribo como 0,4 + 0,0333..., y, como 0,0333... es la décima parte de 0,333... entonces puedo aplicar el procedimiento de Julio. Me queda así: 0,4333... = 0,4 + 0,0333... = — + $0{,}333... \cdot \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + 3 \cdot \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{10} = \frac{4}{10} + \frac{3}{90} = \frac{39}{90} = \frac{13}{30}$.

a. Usá la estrategia de Ana para averiguar, en la carpeta, una fracción equivalente a $0,2\overset{\frown}{7}$; a $0,5\overset{\frown}{4}$ y a $0,1\overset{\frown}{6}$.

b. ¿Podés usar la estrategia de Ana para cualquier expresión periódica? Si es posible, explicá por qué. Si no es posible, mostrá para cuáles no sirve la estrategia.

3. En grupos, elaboren alguna estrategia para poder escribir como fracciones otros tipos de expresiones decimales periódicas. Consideren las fracciones $\frac{1}{90}$; $\frac{1}{900}$; $\frac{1}{99}$ y $\frac{1}{999}$. Escriban sus conclusiones en la carpeta.

4. Tomás inventó un número y dice que, aunque tiene infinitas cifras decimales, no tiene período. Para construirlo escribe un cero, la coma, y a continuación todos los números naturales uno detrás del otro: 0,12345678910111213.... En grupos, respondan las consignas en la carpeta.

a. ¿Es cierto que tiene infinitas cifras decimales? ¿Y que no tiene período?

b. ¿Se podrá escribir ese número como fracción?

Glosario activo

Los puntos suspensivos (...), usualmente, indican omisión o elipsis.
Averiguá cómo se usan los puntos suspensivos en matemática.
En el foro de la unidad, discutí con tus compañeros si el uso de los puntos suspensivos es el mismo, o no, en $\frac{2}{11} = 0{,}181818...$ y en $\pi = 3{,}141592653589...$.

Los números que tienen una expresión decimal infinita pero que no es periódica, no se pueden escribir como una fracción y, por lo tanto, no son números racionales; se llaman **irracionales**. Un número irracional muy conocidos es π, cuyas primeras cifras son: 3,141592653589... y lo han estudiado en geometría como la constante de proporcionalidad entre el diámetro de una circunferencia y su longitud. Otros números irracionales son $\sqrt{2}$ y $\sqrt{3}$.

La matemática é Béla

Uno de los grandes compositores del siglo pasado fue el húngaro Béla Bartók, quien introdujo en su obra varios elementos de la matemática.

En realidad, él nunca habló explícitamente de su método formal de composición; lo que veremos a continuación es el resultado del análisis exhaustivo de diversos musicólogos. Y, puesto que hemos jugado en el título de esta sección con la homofonía entre "bella" (italiano) y el nombre "Béla", vale la pena anunciar ya que uno de los principales sustentos de dicho método fue, justamente, una sección que se constituyó desde hace mucho tiempo como parámetro de belleza: la sección áurea.

Muchas de las obras de Bartók se basan en el famoso número, que establece la división áurea de un segmento. Se trata de φ (se lee fi), cuyo valor real es $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ y su valor aproximado es 1,618. Existen muchos ejemplos de la aparición de este número, tanto en la naturaleza como en el arte.

Muy relacionado con φ está Fibonacci (o bien: φ -bonacci), aquel matemático medieval cuyo verdadero nombre era Leonardo de Pisa y, entre otras cosas, introdujo el cero en Europa al traducir a principios del siglo XIII varios importantes textos árabes. Pero su invento más conocido es aquella sucesión en la que después de los dos primeros términos (que los dos son 1), cada nuevo término se construye como la suma de los dos anteriores. De esta forma, el tercer término es 1 + 1 = 2, el cuarto es 1 + 2 = 3, y así sucesivamente: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89,...

A pesar de su simplicidad, la sucesión cobró singular fama en virtud de sus notables propiedades matemáticas y variadas apariciones en la naturaleza. Pero tal vez una de las más festejadas sea aquella que la liga de manera indisoluble a la otra "celebridad" de la que veníamos hablando, el número de oro.

Es muy simple: si consideramos los sucesivos cocientes de dos números consecutivos de Fibonacci, entonces obtenemos una nueva sucesión que se acerca cada vez más a φ. Los primeros números de esa sucesión son: $\frac{1}{1}, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \frac{34}{21}, \frac{55}{34}, \frac{89}{55}, \ldots$.

Notaremos que los últimos valores obtenidos están ya respetablemente cerca del número de oro: $\frac{55}{34}$ = 1,61764705882352941176470588235....

Pablo Amster. *¡Matemática, maestro! Un concierto para números y orquesta*. Buenos Aires, Siglo XXI, 2013, pp. 83-84 (adaptación).

Actividades

1. **Reflexionar sobre la forma.** En el texto el autor explica la razón del título de esta sección. Explicá con tus palabras el porqué.
2. **Reflexionar sobre el contenido.**
   a. ¿Cómo se relacionan las matemáticas y la música de Bêla Bârtok según el texto?
   b. En el texto se da una sucesión de cocientes entre los términos consecutivos de la sucesión de Fibonacci. Expresá las primeras 8 fracciones en forma decimal.
3. **Interpretar y relacionar.** ¿El número de oro es racional o irracional?
4. **Buscar información.**
   a. ¿Cómo se lee φ?
   ◯ Alfa ◯ Beta ◯ Efe ◯ Fi
   b. ¿Qué relación tiene la sucesión de Fibonacci con φ?
   c. ¿Cuál era el nombre real de Fibonacci?

Operaciones con racionales

1. Calculá mentalmente las siguientes sumas y restas.

a. $\frac{3}{4} + \frac{1}{2} =$ ______ **d.** $\frac{8}{3} - \left(-\frac{1}{5}\right) =$ ______ **g.** $-3,6 + 5,99 =$ ______

b. $\frac{3}{8} - \frac{1}{16} =$ ______ **e.** $2 - \frac{5}{4} - \frac{3}{2} =$ ______ **h.** $-1,9 - (-3,5) =$ ______

c. $1 - \frac{3}{8} =$ ______ **f.** $\frac{1}{3} - \frac{1}{9} - \frac{1}{6} =$ ______ **i.** $2,55 - 3,65 =$ ______

2. En cada caso, proponé dos pares de números racionales para que se cumpla la igualdad.

a. $m \cdot n = \frac{4}{5}$ ______

b. $m \cdot n = 3,6$ ______

c. $m \cdot n = -\frac{4}{5}$ ______

d. $m \cdot n = -3,6$ ______

3. Completá las multiplicaciones con una fracción para que el resultado sea 1. Luego escribí una conclusión en tu carpeta.

a. $\frac{4}{5} \cdot$ ______ $= 1$ **b.** ______ $\cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = 1$ **c.** $\frac{1}{10} \cdot$ ______ $= 1$

4. Usá las multiplicaciones de la actividad anterior para completar las multiplicaciones de la izquierda. Luego completá la división de la derecha.

a. $\frac{4}{5} \cdot$ ______ $= 2$ $2 : \frac{4}{5} =$ ______

b. ______ $\cdot \left(-\frac{7}{3}\right) = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2} : \left(-\frac{7}{3}\right) =$ ______

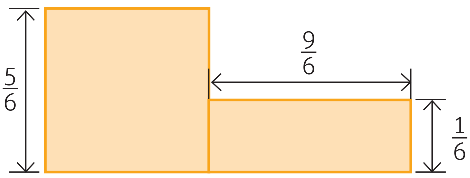
c. $\frac{1}{10} \cdot$ ______ $= \frac{3}{4}$ $\frac{3}{4} : \frac{1}{10} =$ ______

Dos **fracciones** se llaman **inversas** si al multiplicarlas, el resultado es 1. Para que esto suceda, el numerador de una debe ser igual al denominador de la otra y deben tener el mismo signo.
Por ejemplo, $-\frac{1}{3}$ y -3 son inversas.

Para **dividir dos fracciones** se multiplica la primera por la inversa de la segunda.
Por ejemplo, $\frac{2}{3} : \frac{5}{4} = \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$.

5. Un tren realiza $\frac{1}{5}$ de su recorrido, luego avanza $\frac{3}{4}$ más del resto del trayecto. ¿Qué parte le falta para completar el recorrido si este es de 250 km?

6. La figura está formada por un cuadrado y un rectángulo. Calculá el perímetro y el área.



7. Para pintar el exterior de una casa se quiere usar el mismo tono de verde para las 4 paredes. Para la primera se mezclaron 2 litros de pintura azul con 5 litros de pintura amarilla.

a. Si para pintar la segunda pared necesitan la mitad de pintura, ¿cuántos litros usarán de cada color?

b. Si para pintar la tercera pared cuentan con 3 litros de pintura azul, ¿cuánta pintura amarilla necesitan para la mezcla?

c. Si para la última pared tienen 6 litros de pintura amarilla, ¿cuántos litros de pintura azul necesitan para hacer la mezcla?

8. Se tienen que envasar 1.800 litros de agua mineral en botellas de $\frac{3}{4}$ litro.

a. ¿Cuántas botellas se necesitan?

b. Si se utilizan botellas con el 60% de la capacidad de las anteriores, ¿en qué porcentaje se incrementa el número de botellas?

Modelización y fracciones

Para resolver problemas con fracciones es importante prestar atención al interpretarlos y describirlos matemáticamente, porque muchas veces hay que considerar partes de otras partes, o bien las fracciones se refieren a enteros diferentes.

Consideren la siguiente situación:

En un quiosco se vendieron, por la mañana, dos tercios de los ejemplares de una revista. Por la tarde se vendió la mitad de los que quedaban de la mañana. Al final del día había aún en el quiosco 40 ejemplares. ¿Cuántos había inicialmente?

Si llamamos m a la cantidad inicial de ejemplares de la revista, entonces por la mañana se vendieron $\frac{2}{3} \cdot m$.

Como por la tarde se vendieron la mitad de los que quedaron y estos eran $\frac{1}{3} \cdot m$, entonces por la tarde se vendieron $\frac{1}{6} \cdot m$.

El problema después da la cantidad de ejemplares que quedaron luego de los dos períodos de venta: 40 revistas. Es decir que si a la cantidad inicial se le resta la cantidad vendida, el resultado tiene que ser 40. Esto lo podemos escribir así:

$$\underbrace{m}_{\text{cantidad de revistas}} - \underbrace{\frac{2}{3} \cdot m}_{\text{cantidad vendida por la mañana}} - \underbrace{\frac{1}{6} \cdot m}_{\text{cantidad vendida por la tarde}} = 40$$

Nos queda una ecuación que podemos resolver para averiguar el valor de m.

Como en el lado izquierdo tenemos todas cantidades en relación con m, podemos operar con ellas aplicando la propiedad distributiva:

$$m - \frac{2}{3} \cdot m - \frac{1}{6} \cdot m = \left(1 - \frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right) \cdot m = \frac{1}{6} \cdot m.$$

Así resulta: $\frac{1}{6} \cdot m = 40$

Para hallar el valor de m solo queda dividir por $\frac{1}{6}$, que es lo mismo que multiplicar por 6.

$$\frac{1}{6} \cdot m \cdot 6 = 40 \cdot 6$$

$$m = 240$$

Resulta que la cantidad inicial de revistas era 240.

Actividades

1. ¿Por qué los ejemplares que quedaron después de la venta de la mañana son $\frac{1}{3} \cdot m$?
2. ¿Por qué la mitad de esa cantidad es $\frac{1}{6} \cdot m$?
3. ¿Por qué dividir por $\frac{1}{6}$ es lo mismo que multiplicar por 6?
4. ¿Cuál es la cantidad de revistas que se vendieron por la mañana? ¿Y por la tarde?
5. Resolvé el mismo problema pero con otras cantidades. En el quiosco hay una cantidad de ejemplares de otra revista. A la mañana se venden tres quintos de las revistas, a la tarde se venden cuatro sextos de las que quedaban, y al final del día hay 34 ejemplares. ¿Cuántos ejemplares de esa revista había inicialmente?

Potenciación de números racionales

1. Resolvé las siguientes potencias usando la multiplicación.

a. $(-5)^4 =$ ______

b. $(-8)^3 =$ ______

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^5 =$ ______

d. $\left(\frac{6}{5}\right)^3 =$ ______

e. $\left(-\frac{1}{2}\right)^5 =$ ______

f. $\left(-\frac{12}{7}\right)^2 =$ ______

2. Clara leyó un libro de matemática que decía:

$5^3 : 5^7 = 5^{3-7} = 5^{-4}$ porque:

$5^3 : 5^7 = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{1}{5^4} = 5^{-4}$

a. Explicá cada paso de lo que muestra el libro.

______

______

______

b. ¿Cómo se resuelve una potencia en la que el exponente es negativo?

______

______

Un número elevado a un **exponente negativo** es igual al número inverso de la base elevado al número opuesto del exponente. Es decir: $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \left(\frac{b}{a}\right)^{-m}$.

Por ejemplo: $\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{5}{2}\right)^3$.

3. Resolvé las siguientes potencias.

a. $\left(\frac{2}{5}\right)^4 =$ ______

b. $\left(\frac{3}{4}\right)^2 =$ ______

c. $\left(\frac{3}{4}\right)^{-2} =$ ______

d. $\left(\frac{1}{4}\right)^{-2} =$ ______

e. $4^{-2} =$ ______

f. $\left(\frac{4}{5}\right)^{-3} =$ ______

g. $\left(-\frac{4}{5}\right)^{-3} =$ ______

h. $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} =$ ______

i. $3^{-1} =$ ______

j. $-\left(\frac{2}{5}\right)^{-3} =$ ______

La **potencia** cumple las siguientes propiedades, siendo $\frac{a}{b}$ un número racional y m y n números enteros.

$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$ $\qquad$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$ $\qquad$ $\left[\left(\frac{a}{b}\right)^m\right]^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m \cdot n}$

Radicación de números racionales

1. Escribí, si es posible, el número que se indica en cada caso y analizá cuántas posibilidades hay. Justificá tus respuestas.

a. Un número que multiplicado por sí mismo dé $\frac{4}{9}$.

b. Un número que multiplicado por sí mismo dé $\frac{49}{64}$.

c. Un número que elevado al cubo dé $-\frac{27}{125}$.

d. Un número que elevado a la cuarta dé $\frac{81}{16}$.

e. Un número que elevado a la cuarta dé $-\frac{81}{16}$.

La definición de raíz es la misma para los números racionales que para los enteros: la raíz es la operación inversa de la potencia. Es decir que la **raíz de un número racional** es un número que elevado al índice de la raíz da por resultado su radicando.

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{si} \quad b^n = a$$

Por ejemplo: $\sqrt[3]{-\frac{27}{8}} = -\frac{3}{2}$, porque $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{8}$.

No siempre la raíz de un número racional es un número racional. Por ejemplo, no existe un número racional que sea el resultado de $\sqrt{\frac{3}{7}}$, ya que no existe una fracción $\frac{c}{d}$ tal que $\left(\frac{c}{d}\right)^2$ dé $\frac{3}{7}$.

En esos casos se dice que el resultado es **irracional**, es decir, un número que no se puede expresar como una fracción.

2. Resolvé las siguientes raíces. Si no es posible, explicá por qué en la carpeta.

a. $\sqrt{\frac{4}{9}} =$ ______

b. $\sqrt[3]{\frac{64}{27}} =$ ______

c. $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} =$ ______

d. $\sqrt[3]{-\frac{8}{125}} =$ ______

e. $\sqrt[3]{-\frac{1.000}{8}} =$ ______

f. $\sqrt{-\frac{16}{36}} =$ ______

g. $\sqrt[4]{-\frac{16}{81}} =$ ______

h. $\sqrt{\frac{2}{3}} =$ ______

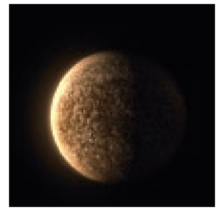
i. $\sqrt[6]{\frac{1}{64}} =$ ______

La raíz cumple la **propiedad distributiva** respecto de la multiplicación y la división. Por esto es posible distribuir la raíz al numerador y al denominador de una fracción.

Por ejemplo: $\sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{49}} = \frac{5}{7}$.

Notación científica

1. Leé este extracto de un artículo científico y resolvé las consignas en la carpeta.

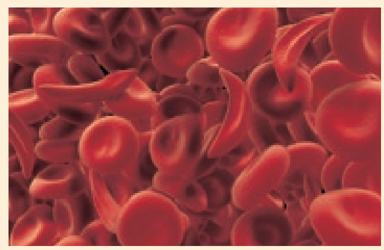


En el día de la fecha, Mercurio se encuentra a una distancia aproximada de $5{,}791 \cdot 10^7$ km del Sol, mientras que Neptuno está ubicado a una distancia aproximada de $4{,}5043 \cdot 10^9$ km del Sol.

a. ¿Cuál de los dos planetas está más cerca del Sol? Explicá cómo te diste cuenta.
b. ¿Cómo se expresan las distancias de los planetas al Sol?

2. Leé el siguiente extracto de un artículo y resolvé las consignas en tu carpeta.

La sangre está formada, entre otros elementos, por glóbulos rojos y glóbulos blancos. Los glóbulos rojos son de un tamaño estándar de aproximadamente $6 \cdot 10^{-4}$ a $8 \cdot 10^{-4}$ cm de diámetro, mientras que los glóbulos blancos tienen entre $8 \cdot 10^{-4}$ y $20 \cdot 10^{-4}$ cm de diámetro.



a. ¿Cómo se expresa el tamaño del diámetro de los glóbulos rojos y blancos?
b. ¿Cuáles son más grandes, los glóbulos blancos o los rojos? Explicá cómo te diste cuenta.
c. ¿Por qué pensás que los artículos científicos usan este modo de expresar los valores numéricos muy grandes o muy pequeños?

3. Escribí los números que representan las siguientes expresiones.

a. $5{,}84 \cdot 10^6 =$ ______________ **d.** $6 \cdot 10^{-8} =$ ______________

b. $1{,}3 \cdot 10^7 =$ ______________ **e.** $8{,}15 \cdot 10^{-5} =$ ______________

c. $3{,}07 \cdot 10^{11} =$ ______________ **f.** $0{,}9 \cdot 10^{-9} =$ ______________

4. En cada caso, completá con una potencia de 10 para que valga la igualdad.

a. $60.000.000 = 6 \cdot$ ______________ **d.** $150.000 = 1{,}5 \cdot$ ______________

b. $2.410.000.000 = 2{,}41 \cdot$ ______________ **e.** $0{,}00009 = 9 \cdot$ ______________

c. $0{,}000000037 = 3{,}7 \cdot$ ______________ **f.** $0{,}00000204 = 2{,}04 \cdot$ ______________

Se llama **notación científica** a una escritura que permite abreviar números muy grandes o muy pequeños. Cada número se escribe como el producto de un número que está entre 1 y 10 por una potencia de base 10.
Por ejemplo: $750.000.000 = 7{,}5 \cdot 100.000.000 = 7{,}5 \cdot 10^8$ y $0{,}0000652 = 6{,}52 \cdot 10^{-5}$.

Cálculos combinados y aproximaciones

1. Resolvé los siguientes cálculos.

a. $\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{2}{5}\right) + \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} =$ ______________________

b. $\left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{4}\right) : \left(-\frac{1}{2}\right)^{2} =$ ______________________

c. $-\frac{1}{5} \cdot \sqrt{\frac{100}{36}} + \left(-\frac{2}{5} - 1\right) : (-3) =$ ______________________

2. Resolvé los siguientes cálculos e indicá las propiedades que usaste.

a. $(0{,}5)^{7} \cdot (0{,}5)^{6} : (0{,}5)^{11} =$ ______________________

b. $\left(\frac{7}{3}\right)^{40} : \left(\frac{7}{3}\right)^{48} \cdot \left(\frac{49}{9}\right)^{4} =$ ______________________

c. $\left(-\frac{25}{3}\right)^{2} \cdot \left(-\frac{25}{3}\right)^{5} : \left(-\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{9}}\right)^{6} =$ ______________________

3. Con la calculadora, obtené cada uno de estos números mediante una división de números enteros y escribilos como fracción.

a. 3,45 = __________ **c.** 5,888... = __________

b. –7,8 = __________ **d.** 1,666... = __________

Tené en cuenta

Cuando la cantidad de cifras que se repite en un resultado es infinita, la calculadora muestra un número cercano al resultado con tantas cifras como las que puede mostrar en el visor.

4. Verificá que las fracciones de la actividad anterior son iguales a las expresiones decimales haciendo la división con la calculadora. En las expresiones decimales periódicas, la última cifra que muestra el visor es diferente de las anteriores. Escribí en tu carpeta si eso es correcto y por qué pensás que la calculadora muestra ese número.

Para **redondear** un número a una cierta cantidad de cifras, se busca la expresión decimal más cercana: si la primera cifra que se va a cortar es mayor o igual a 5, se cambia la cifra anterior por el número siguiente; si es menor que 5, se mantiene esa última cifra como está. Por ejemplo, si se quiere redondear 3,5648 a tres cifras decimales, se obtiene 3,565 y si se quiere redondear a dos cifras decimales, se obtiene 3,56.
Para **truncar** un número a una cierta cantidad de cifras, se quitan las demás cifras sin cambiar ninguna de las que quedan. Por ejemplo, si se quiere truncar 3,5648 a tres cifras decimales, se obtiene 3,564 y si se quiere truncar a dos cifras decimales, se obtiene 3,56.

5. En tu carpeta, redondeá los siguientes números a tres cifras decimales. Luego, truncá esos mismos números a cuatro cifras decimales.

0,52631 2,16298 $2{,}\overset{\frown}{3}$ –35,28974 $1{,}\overset{\frown}{6}$ $0{,}0\overset{\frown}{27}$

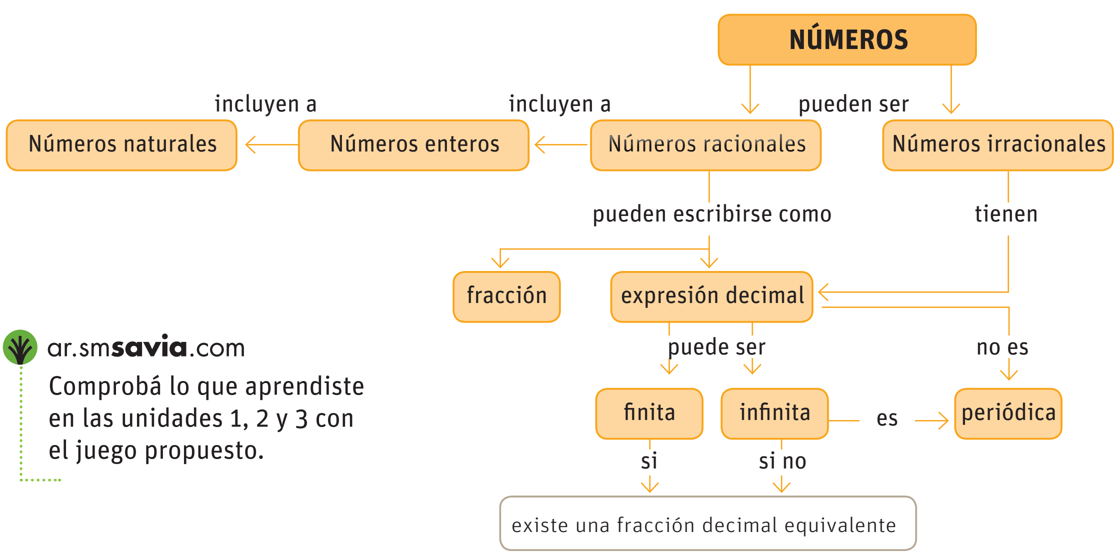
Elaborar un mapa conceptual de los conocimientos de aritmética

Un **mapa conceptual** es un esquema en el que se relacionan los conceptos de un determinado tema. Su organización permite visualizar las jerarquías entre los diferentes conceptos y resumir la información en forma clara y precisa. Para hacerlo se utilizan recuadros y flechas tratando de usar la menor cantidad de texto posible.

Podemos realizar un **mapa conceptual de los conocimientos de aritmética** que estudiaste en las tres primeras unidades de este libro.

- Primero es necesario identificar los **principales conceptos** del bloque "Números y operaciones". Estos pueden ser: números naturales, enteros, racionales, fracciones, expresiones decimales, fórmulas, ecuaciones, operaciones, divisibilidad, etcétera.
- Luego hay que relacionar los conceptos mediante palabras, que serán los **conectores** y se escribirán sobre flechas. Algunos ejemplos son: tienen, pueden ser, incluyen.
- Al realizar el mapa conceptual hay que considerar que habrá que hacer varios borradores, ya que frecuentemente hay que reorganizar la ubicación de los conceptos y los conectores para incluir nuevos conceptos sin entorpecer la lectura del esquema.

Por ejemplo, una parte del mapa conceptual podría ser así:



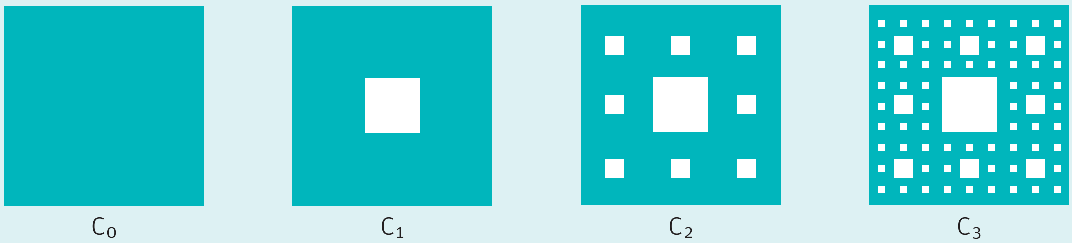
ar.sm**savia**.com
Comprobá lo que aprendiste en las unidades 1, 2 y 3 con el juego propuesto.

Actividades

1. Observá la parte de mapa conceptual construido. Indicá cuál es el tema al que se refiere y cuáles son los conceptos más importantes.
2. Pensá en otros dos o tres conceptos que podrías conectar con "fracción" y completá el mapa conceptual usando los conectores adecuados.
3. Observá cómo quedó el mapa conceptual. ¿Podrías agregar muchos conceptos relacionados con números enteros y naturales? ¿Por qué?
4. Copiá en una hoja lo que quedó armado del mapa conceptual teniendo en cuenta el espacio que podrías necesitar para agregar conceptos relacionados con números enteros y con números naturales.
5. Completá el mapa conceptual con los contenidos más importantes desarrollados en las tres primeras unidades de este libro.

Integro lo aprendido

1. Observá el siguiente fractal, conocido como **Alfombra de Sierpinski**.



a. Descubrí cuál es el procedimiento geométrico que genera este fractal.

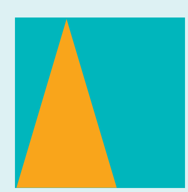
b. ¿Cuántos cuadrados se le recortan a la segunda figura para generar la tercera?

c. ¿Cuánto mide el lado de cada uno de esos cuadrados en relación con el lado del cuadrado original?

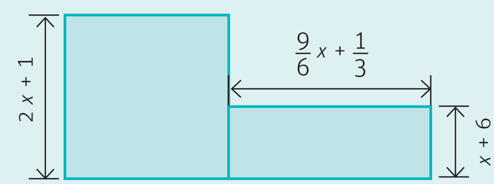
d. Supongamos que el área de C_0 es 1. ¿Cuál es el área de C_1?

e. ¿Y el área de C_2?

2. La figura está formada por un cuadrado de 15 cm de lado y un triángulo isósceles, cuyo lado distinto mide $\frac{3}{5}$ de la base del cuadrado. Hallá el área de la figura pintada de celeste.



3. La figura tiene un perímetro de $\frac{721}{6}$ cm y está formada por un cuadrado y un rectángulo. Hallá el valor de x y calculá el área de la figura.



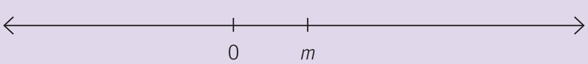
Me pongo a prueba

1. De un libro ya se leyó la cuarta parte en la primera semana, $\frac{1}{3}$ de lo que faltaba en la segunda semana y se pierden las últimas hojas equivalentes a $\frac{1}{6}$ del total del libro. ¿Qué parte del libro queda por leer?

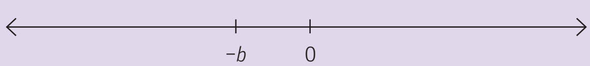
2. Elegí una escala adecuada y ubicá los siguientes números en la recta numérica.
$\frac{5}{4}$; $-0{,}25$; $-1{,}25$; $\frac{7}{3}$; $1{,}75$; $-\frac{3}{4}$; -2.

3. Respondé en cada caso dando todos los valores que cumplen la condición. Explicá cómo lo pensaste.
   a. ¿Qué valor puede tomar a, para que $\frac{a}{9}$ sea mayor que 1?
   b. ¿Y para que $\frac{a}{9}$ sea mayor que -1?
   c. ¿Y para que $\frac{a}{9}$ sea menor que -2?

4. Ubicá en cada recta las expresiones que se indican.
   a. $-m$



   b. b y $-2\,b$



   c. 0

   d. $-n + 1$ y $-n - 1$

5. Indicá las expresiones que dan el mismo resultado. Justificá tu decisión.

$\frac{1}{5} : 2$	$7 \cdot \frac{1}{4}$	$5 \cdot \frac{3}{4}$
$\frac{3}{7} : \frac{7}{3}$	$7 : 4$	$5 : \frac{4}{3}$
$\left(\frac{3}{7}\right)^2$	$\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} : 5$

6. Escribí el resultado sin hacer los cálculos.

$$\left[\left(-\frac{1}{5}\right)^2 \cdot \left(-\frac{1}{5}\right)^{-1} + \sqrt{\left(-\frac{1}{5}\right)^2}\right] : (-5)^{-1}$$

7. Sin hacer los cálculos, decidí si las siguientes expresiones son verdaderas o falsas. Justificá tus decisiones.
   a. $4{,}5678 \cdot 10^4 = 0{,}45678 \cdot 10^3$
   b. $0{,}000000034 = 34 \cdot 10^{-7}$
   c. $0{,}0004 \cdot 0{,}0000003 = 12 \cdot 10^{-10}$
   d. $0{,}0000067 \cdot 10^2 = 67 \cdot 10^{-5}$

8. Resolvé los siguientes cálculos.
   a. $\sqrt[3]{-\frac{1}{27}} - \left(-\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \sqrt{1} - \frac{3}{4} + (-2)^{-2}$
   b. $\sqrt[3]{-\frac{54}{2}} + \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}} - \left(\frac{7}{3}\right)^{-1}$
   c. $\sqrt{\frac{4}{9}} \cdot \sqrt{\frac{1}{49}} - \frac{3}{5} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^0 + \left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$
   d. $\sqrt[3]{\frac{3}{16} + \frac{15}{64}} - \left(\frac{5}{2}\right)^2 + (-1)^{15} - \left(\frac{2}{7}\right)^{-2} =$

9. El siguiente es un programa de cálculo.

   - Elegí un número.
   - Multiplicalo por 3.
   - Agregale el cuadrado del número que elegiste.
   - Multiplicá por 2.

   a. Escribí el resultado que se obtiene cuando el número que se elige es 100.
   b. Decidí sin hacer el cálculo si el resultado será positivo o negativo, cuando el número que se elige es -5. Explicá cómo lo pensaste.
   c. Sin hacer el cálculo, decidí qué tipo de número se obtendrá como resultado cuando se elige $-\frac{2}{3}$.
   d. ¿Qué números hay que elegir para que al ingresarlos al programa el resultado sea 0? Explicá cómo lo pensaste.

10. Reflexioná sobre tu aprendizaje y tu desempeño al trabajar esta unidad y respondé en el foro.
    a. ¿Se modificó alguna de las ideas previas que tenías acerca del contenido?
    b. ¿Incorporaste nuevos conocimientos? Si la respuesta es sí, ¿cuáles?

11. Ingresá a ar.smsavia.com y realizá la autoevaluación de la unidad.

¿Se puede debatir en torno a la matemática?

En el deporte y en aquellas actividades que realizamos en las que se involucra el azar, muchas veces se presentan situaciones controversiales. En esos casos, saber matemática, ¿es una herramienta para elegir, argumentar y decidir mejor?

Los invitamos a realizar un debate en el curso a partir de la pregunta anterior. Para ello, les proponemos un escenario típico del fútbol para pensar cuál es la mejor elección para tener más chances de ganar.

Lean y consideren La gran pregunta

Julia es entrenadora del Club Social y Deportivo Unión. En la final del torneo con Club Atlético San Marcos le tocó un partido muy difícil. Pasaron los 90' reglamentarios y el alargue y ninguno de los equipos podía definir el encuentro. Llegaron los temidos penales. Los primeros tres fueron fallidos para los dos equipos, pero el cuarto lo convirtió San Marcos y Unión tenía que anotar sí o sí o perderían la final. Julia tenía que decidir quién lo patearía y tenía dos candidatos en mente: Manuel y Lucas.

Enseguida decidió revisar rápidamente las estadísticas de ambos jugadores de los últimos dos años:

	2017			2016			
	Pateados	**Goles**	**% aprox.**	**Pateados**	**Goles**	**% aprox.**	**Total**
Manuel	18	12	67%	12	11	92%	$\frac{23}{30}$
Lucas	10	6	60%	20	18	90%	$\frac{24}{30}$

Miró los totales: Manuel convirtió 23 de los 30 pateados mientras que Lucas convirtió 24 de los últimos 30. La decisión era sencilla: convenía elegir a Lucas para tener mayores probabilidades de ganar.

Pero Roque, su asistente técnico, le dijo que no era lo mejor, que se fijara en los porcentajes individuales de cada año y vería que Manuel siempre tenía mejores resultados. Julia no entendía nada: ¿Cómo era posible? ¿Quién de los dos tenía razón? ¿Cómo tomar la mejor decisión?

Para poder investigar y debatir en torno a este tema, te invitamos a recorrer este taller, leer las propuestas y llevarlo a la práctica en tu curso.

Qué es un debate

El **debate** es una dinámica de trabajo que consiste en establecer un diálogo claro y respetuoso sobre algún tema en el que haya, al menos, dos posiciones contrarias. Cada uno de los disertantes o participantes muestra su posición acerca del tema por medio de la presentación de argumentos.

En un debate se busca defender una posición, convencer a otros acerca de su solidez y generar reflexión para alcanzar una postura compartida y consensuada.

Organización del debate — Los roles en el debate

La presencia de un **tema que genere controversia** es el punto de partida de todo debate. Para hacer un debate se tienen en cuenta estos pasos:

- Se forman **dos grupos de trabajo**: uno que acuerde con una de las posturas, por ejemplo, mantener la elección original del sobre; y otro a favor de la contraria, es decir, que prefiera cambiarlo.
- Una vez definidos los grupos, hay que **asignar roles**, es decir, la función que cumplirá cada uno de los participantes en el debate.
- Cada grupo elige un **portavoz** que será el encargado de presentar los argumentos que sostiene el grupo.
- Se selecciona un **moderador** para que el debate se desarrolle adecuadamente. Su función es iniciar el dialogo, regular las intervenciones de los participantes, explicar las reglas, el tiempo de intervención de cada portavoz, etcétera.
- Respecto del espacio, es importante **ambientar el lugar** en donde se llevará a cabo el debate. Se pueden colocar escritorios frente a los participantes y ubicar allí al moderador y los portavoces.

Preparación previa — La organización del trabajo en grupo

Una vez adoptada una postura acerca del tema, es importante construir argumentos que apoyen esa conclusión. Para ello, pueden distribuirse las siguientes tareas, calcular cuánto tiempo les tomarán y luego compartir entre los miembros del grupo sus resultados. Como el tiempo durante el debate es limitado, los grupos deben **construir sus argumentaciones** con mucho cuidado y planificarlas adecuadamente.

Tarea	Integrante	Tiempo
Resumir el contenido de los capítulos que puedan ser útiles.		
Pensar un problema parecido, por ejemplo, tirando una moneda en vez de patear penales.		
Simular varias repeticiones del problema y analizar los resultados obtenidos.		
Proponer una estrategia de resolución y ponerla a prueba.		
Poner en común las conclusiones de lo anterior y redactar los argumentos.		

Dinámica del debate — El momento del debate

El **moderador** explica las reglas y da comienzo al debate. Los **portavoces** presentan sus argumentos por turnos. Al finalizar, el moderador presenta una síntesis de lo expresado y una conclusión. Frente a la conclusión, la **audiencia** y los grupos pueden formular preguntas.

Recomendaciones para el debate

Para poder organizar y llevar a cabo el debate exitosamente, te invitamos a leer estas diez sugerencias.

ar.sm**savia**.com
En Savia digital vas a encontrar más recursos con sugerencias sobre cómo debatir.

1 **Mantener la atención**
- Es importante que el comienzo y el final del discurso sean emocionantes.
- Las pausas deben hacerse en el momento más adecuado. Cambiar la entonación ayuda a mantener la atención.

2 **Estar tranquilo**
- Mantener una postura relajada, moverse con soltura en el espacio y mantener la mirada hacia el público.

3 **Respetar los turnos y tiempos**
- En los debates hay que ajustarse al tiempo concedido por el moderador.
- Aprovechar cada una de las intervenciones al máximo.

4 **Ser cortés**
- No interrumpir a los compañeros y permitir que se les hagan preguntas.
- Ser receptivos, no molestarse cuando los demás traten de rebatir sus argumentos. El debate no es un ataque personal.

5 **Definir el orden de los argumentos**
- Aporten sus argumentos en orden lógico de manera que unos se apoyen en otros y sea coherente el discurso.

6 **Anotar las ideas y argumentos**
- Una buena manera de organizar las ideas que se expondrán es escribirlas y ordenarlas. Durante el debate es ideal tomar notas breves sobre los argumentos de los demás, para tenerlos presentes cuando sea el turno de rebatirlos.

7 **Ser convincentes y fundamentar**
- No solo es importante la forma del discurso, el fondo es crucial. Hay que argumentar muy bien la posición tomada.
- Procurar que los argumentos sean variados: numéricos, geométricos, gráficos.

8 **No insistir con las mismas ideas**
- No repetir argumentos que ya hayan sido utilizados. Si no, el debate se vuelve monótono y es muy difícil que haya intercambio de ideas.

9 **Usar un lenguaje enriquecido**
- Tratar de utilizar un lenguaje variado. Elijan las palabras apropiadas.
- Según el tema de debate, es posible que tengan que usar un leguaje técnico.

10 **Siempre: citar el argumento del otro y no a la persona**
- Es fundamental no personalizar el debate, recuerden en todo momento que están debatiendo ideas.

Taller de debate

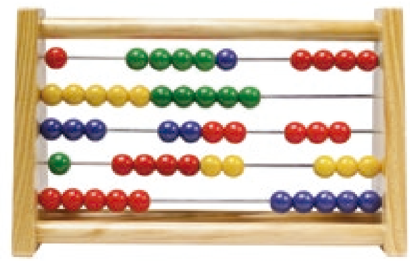
Ideas para debatir en matemática

Muchas personas creen que la matemática es una ciencia exacta en la que no hay debate posible. ¡Nada más distante de la realidad! Para ampliar lo que hemos visto en el taller, les brindamos algunas ideas sobre temas con los cuales realizar un debate.

¿Es posible un mundo sin matemática?

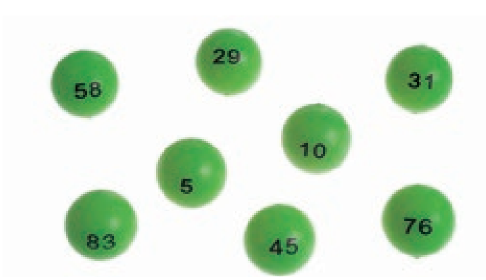
Al comienzo del libro, en la unidad 1, vimos un video en el que nos preguntamos si era posible un mundo sin números. Ahora, la pregunta va más allá. ¿Es posible imaginar un mundo en donde no exista la matemática? ¿Qué problemas y ventajas traería que no existiera? ¿Cómo cambiaría nuestra vida?

¿Por qué estudiamos matemática?



Muchas veces nos preguntamos por qué estudiamos matemática. La idea de este debate es argumentar la postura que elijamos tratando de pensar para qué sirve la matemática en lo cotidiano. ¿Cómo serían nuestras posibilidades en el mundo si no supiéramos matemática?

¡El 29 de la suerte!



En un almuerzo familiar, el tío Jorge comenta que hace diez días seguidos que el número 29 sale en primer lugar en el sorteo nocturno de la Quiniela de Mendoza. La familia, sorprendida, le dice que lo juegue al día siguiente así gana pero el dice que es casi imposible que vuelva a salir. ¿Qué les parece?

Una pregunta un poco engañosa

Juan decidió hacer una pregunta a sus compañeros de clase. En el pizarrón copió lo siguiente:
Si respondés esta pregunta al azar, ¿qué chances tenés de acertar?
a. 25% *b. 50%* *c. 60%* *d. 25%*
¿Cuál es la respuesta correcta?

Actividades

1. Elijan el tema propuesto en la página 173 o alguno de los sugeridos aquí y realicen un debate. Antes, ingresen a ar.smsavia.com, donde encontrarán videos y sitios web sugeridos para ampliar.
2. Una vez realizado el debate, reflexionen: ¿se escucharon entre ustedes? ¿Encontraron valiosas las ideas de los demás? ¿Por qué? Compartan su experiencia en el foro de la unidad.
3. Piensen en situaciones de la vida cotidiana donde sería posible y útil llevar a cabo un debate.