



Matemática III

SERIE 
Savila

CABA 2º AÑO (NES)

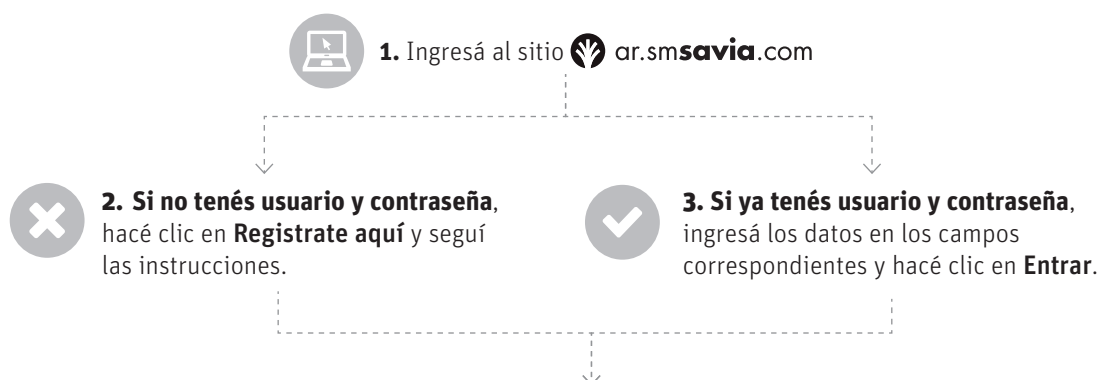
PBA 3º AÑO (ES)

NAP 2º AÑO (ES) · 3º AÑO (ES)



¡Bienvenido! La compra de este libro te permite disfrutar de sus contenidos y de todos los recursos digitales de Savia. Incluye actividades que te permitirán repasar lo visto en clase, resolver dudas, profundizar y prepararte para los exámenes.

PARA INGRESAR A LA PLATAFORMA SAVIA DIGITAL DEBERÁS ACTIVAR UNA CUENTA. SEGUÍ ESTOS SENCILLOS PASOS.



4. Ingresá esta clave de licencia para tener acceso al **libro digital** y a los **contenidos digitales asociados**.



5. También ingresá el código que te proporcionará tu profesor para unirte a su curso.

¡Te deseamos mucho éxito en tus estudios!

Para mayor información consultá  **ar.smsavia.com**

IMPORTANTE

Esta licencia estará vigente desde la fecha de tu registro hasta el fin del ciclo escolar. La clave de la licencia solo podrá ser utilizada una vez. Si tenés alguna duda, comunicate con el Servicio de Atención al Cliente (SAC) al teléfono **0-800-122-7672** o a **clientes@grupo-sm.com.ar**.



Matemática III



Savia es una propuesta que promueve el desarrollo de capacidades fundamentales mediante el aprendizaje significativo y que te acompaña a vos y a tu docente con una propuesta personalizable.

Savia propone la **innovación** como una forma de mejorar la **calidad educativa**, considerando principalmente los siguientes aspectos:

Desarrollo de capacidades

- Propuestas para mejorar la comprensión lectora y la expresión oral.
- Herramientas y técnicas de estudio que te ayudarán a aprender a aprender.

Aprendizaje efectivo

- Evaluación diagnóstica.
- Evaluación de proceso.
- Autoevaluaciones.
- ¡Retos! Para integrar los saberes de las diferentes asignaturas.

Pedagogía del cuidado

- Cuidado de uno mismo.
- Convivencia y cuidado de los demás.
- Cuidado del ambiente.



Contás con un entorno virtual de aprendizaje en el que, junto con tus compañeros y guiado por tu docente, podrás acceder a más recursos y actividades, así como profundizar y ampliar los contenidos.

Este  impreso en las páginas del libro indica que en tu entorno virtual encontrarás **más actividades, recursos y retos integradores**.

Matemática III. Da respuesta a los cuatro ejes fundamentales:

Números y operaciones

Álgebra y funciones

Geometría y trigonometría

Estadística y probabilidad

Números racionales y reales

Fórmulas, gráficos y ecuaciones lineales

Movimientos, semejanza y razones trigonométricas

Fenómenos y experimentos aleatorios

CONOCÉ TU LIBRO

Tu libro está organizado en unidades. Cada una se inicia con una imagen que te invita a realizar un recorrido inicial a través de:

Comenzamos en tres pasos

Ampliá tu mirada:
un texto breve que amplía la información de la imagen haciendo foco en lo que se va a trabajar en la unidad.

Situación de partida:
con un problema real o ficticio, te invitamos a recordar y repensar lo que sabés para comenzar la unidad.

Compartí tu opinión:
un espacio de intercambio de ideas que busca motivar la expresión oral y la comunicación.

En  encontrarás **videos** y **animaciones** que te permitirán acercarte al tema de la unidad y recuperar lo que ya sabés.

Saberes previos - Comunicación - Trabajo con otros

Matemática en contexto

Los distintos temas de las unidades son estudiados a partir de contextos y situaciones reales que dan lugar al contenido.

Situaciones - Problemas - Actividades

Resolución de problemas

Aprender a resolver problemas, comprender sus enunciados, formular estrategias y resolverlos.

Taller de modelización

En este taller vas a descubrir la matemática como modelo para entender situaciones reales o teóricas.

Herramientas para aprender

Aprender a aprender

Propuestas para aplicar **técnicas de estudio**, indagar sobre cómo resolver problemas e integrar herramientas digitales a tu aprendizaje.

Comprensión lectora

Leer, relacionar, comprender

Selección de textos para ejercitar la comprensión lectora y analizarlos desde los saberes matemáticos.

Con el **Glosario activo** podrás pensar acerca del significado de las palabras en su contexto y enriquecer tu vocabulario.

Integro lo aprendido

Resolución de problemas Pensamiento crítico

Antes de terminar la unidad podrás relacionar y ampliar los contenidos estudiados mediante organizadores gráficos y actividades de la página **Integro lo aprendido**.

Me pongo a prueba

Al finalizar cada unidad podrás evaluar tus aprendizajes y reflexionar sobre cómo trabajaste y qué estrategias aplicaste para alcanzar los objetivos.

En  vas a encontrar una **autoevaluación** para que puedas comprobar todo lo que aprendiste en la unidad.



Me comprometo

Te animamos a la reflexión, a la participación y al debate sobre diversos temas. Podrás compartirlos en  en el foro de valores.

Taller de debate

¿Cómo exponer tu opinión y convencer a los demás? Para hacer una **investigación** se necesita curiosidad y un buen **equipo**. Esta sección te propone algunas pautas y pistas para que ejerzas tu pensamiento crítico y tu capacidad para comunicar y defender tus ideas.

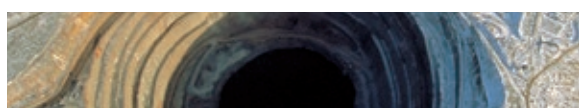




1 Álgebra y Combinatoria

Protocolo de Internet	8
Expresiones algebraicas	9
Ecuaciones	11
Modelización con ecuaciones	12
Diagramas de árbol	13
¿Cuántas fotos se pueden armar?	14
Problemas de conteo	15
El orden de los problemas de conteo	16
Permutaciones	17
Variaciones	19
Combinaciones	21
Integro lo aprendido	23
Me pongo a prueba	24

7, 11, 13, 17, 24



2 Números enteros y divisibilidad

Restas sucesivas	26
Operaciones con números enteros	27
Múltiplos y divisores	29
División entera	31
Divisibilidad	33
Números primos y compuestos	35
Números primos: los guardianes de Internet	36
Demostraciones con múltiplos y divisores	37
Formulación y validación de conjeturas	38
Expresiones algebraicas y divisibilidad	39
Modelización y divisibilidad	40
Fórmulas y ecuaciones con números enteros	41
Integro lo aprendido	43
Me pongo a prueba	44

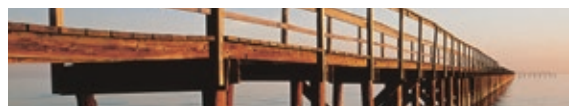
25, 31, 42, 44



3 Números racionales

Razones y porcentajes	46
Fracciones y decimales	47
Expresar números racionales	48
Racionales en la recta numérica	49
Operaciones con racionales	50
Potenciación y radicación	51
Notación científica	53
Nelson y la raíz cuadrada de dos	54
Redondeo y truncamiento	55
Problemas de estimación	56
Densidad de los números racionales	57
Existencia de números irracionales	58
Los números reales	59
Expresión oral y escrita en Matemática	60
Analizar descuentos y recargos	61
Ecuaciones e inecuaciones	62
Integro lo aprendido	63
Me pongo a prueba	64

45, 47, 57, 64



4 Ecuación de la recta

Cantidades desconocidas	66
Ecuaciones a partir de problemas	67
De la geometría al álgebra	69
Modelos de situaciones lineales	70
Función lineal	71
Más situaciones lineales	73
Funciones lineales en GeoGebra	74
Determinar la ecuación de una recta	75
Rectas paralelas y perpendiculares	77
Ecuaciones lineales con una incógnita	79
Las ecuaciones y sus soluciones	81
El enigma de la edad de Diofanto	82
Inecuaciones	83
Las ecuaciones y sus soluciones	84
Integro lo aprendido	85
Me pongo a prueba	86

65, 79, 89



5 Funciones

Hora pico en la autopista	88
Variaciones constantes	89
Gráfico de la función lineal	91
Funciones lineales por tramos	93
Proporcionalidad directa	95
Modelos para la física: resortes	96
Proporcionalidad inversa	97
Resolución de problemas en matemática	99
La belleza romántica en los hechos matemáticos	100
Situaciones de proporcionalidad	101
Estudio de la función $f(x) = 1/x$	103
Hipérbolas y asíntotas	105
Integro lo aprendido	107
Me pongo a prueba	108

 **87, 90, 96, 102, 108**



6 Semejanza de figuras

Estampados: ampliaciones y reducciones	110
Lugares geométricos	111
Construcción de cuadriláteros I	113
Construcción de cuadriláteros II	115
Planificar la construcción de figuras	116
Simetría de figuras	117
Rotación y simetría central	119
Movimientos en GeoGebra	121
Homotecia	122
Semejanza entre triángulos	123
Teorema de Thales	125
Problemas de semejanza	126
Más problemas de semejanza	127
La geometría de la naturaleza	128
Integro lo aprendido	129
Me pongo a prueba	130

 **109, 122, 126, 130**



7 Razones trigonométricas

Un problema sobre reflejos	132
Triángulos rectángulos y distancias	133
El modelo geométrico de las primeras cámaras fotográficas	135
La tangente	136
El seno y el coseno	137
Razones trigonométricas en la calculadora	138
Problemas geométricos I	139
Problemas geométricos II	141
Problemas geométricos III	143
Teorema del coseno	145
Problemas de distancias inaccesibles	147
Paul Pogba es tomado como ejemplo en clases de trigonometría	148
Integro lo aprendido	149
Me pongo a prueba	150

 **131, 141, 147, 150**



8 Estadística y probabilidad

Índice de esperanza de vida	152
Variables, tablas y gráficos	153
Tablas de frecuencias	155
Medidas de tendencia central	157
Desvío estándar	159
Cómo usar la calculadora científica en Estadística	160
Situaciones de análisis	161
Experimentos aleatorios	162
Probabilidad y frecuencia	163
Probabilidad y combinatoria	165
Sucesos excluyentes y complementarios	166
Probabilidad condicional	167
La banda del Bueno, el Feo y el Malo	169
La probabilidad en la genética	170
Integro lo aprendido	171
Me pongo a prueba	172

 **151, 153, 155, 172**

Taller de debate:	173
¿Se puede debatir en Matemática?	173
¿Qué es un debate?	173
Organización del debate	174
¿Qué es y qué no es un argumento?	175
Ideas para debatir en matemática	176

 **176**





Matemática III

Es un proyecto didáctico colectivo creado en SM Argentina, bajo la dirección editorial de **Silvia Lanteri**, por el siguiente equipo:

Samantha Matos, María Fernanda Brizuela y Daniela Parada

Gerente editorial: **Fernando Schneider**

Editor ejecutivo de Matemática: **Daniela Parada**

Jefa de Diseño: **Noemí Binda**

Lectura crítica: Pierina Lanza

Responsable de Corrección: Patricia Motto Rouco

Diseño de tapa e interior: Rafael Medel y López

Diagramación: Ariel Villalba

Ilustración: Matías Pérez, Alberto Díaz Pérez (El Bello Quebrado / Pelorroto)

Fotografía: Archivo SM, Wikimedia Commons: tano4595, quilmeño89

Asistente editorial: Ruth Alonso Cabral

Coordinador de Operaciones: Nicolás Palladino

Gerente de Planificación e Inteligencia de Mercado: Vanesa Chulak

Responsable de Preimpresión: Sandra Reina

***Savia Matemática III** ha sido enriquecido gracias a las reflexiones y aportes del siguiente Equipo de Profesores Asesores (EPA): Cecilia Schneider, Carolina Bruni, Daniela Palacio, Fabiana Tasca, María Eugenia Pujadas, Beatriz Artesi, Sandra Pagliaticci y Verónica Diéquez.*

©ediciones sm, 2017

Av. Callao 410, 2º piso
[C1022AAR] Ciudad de Buenos Aires
ISBN 978-987-731-569-1

Hecho el depósito que establece la ley 11.723
Impreso en Argentina / Printed in Argentina

La editorial está a disposición de los eventuales poseedores de los derechos de fuentes iconográficas o literarias no identificadas.

Primera edición.

Este libro se terminó de imprimir en el mes de diciembre de 2017, en Gráfica Pinter S.A., Buenos Aires.

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, ni su tratamiento informático ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier otro medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del *copyright*.

Matemática III. Savia / Samantha Matos; María Fernanda Brizuela; coordinación general de Fernando H. Schneider; Daniela Parada; dirigido por Silvia Lanteri; editado por Samantha Matos; María Fernanda Brizuela; Daniela Parada. - 1ª ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires: SM, 2017.
176 p.; 27 x 20 cm.

ISBN 978-987-731-569-1

1. Matemática. 2. Educación Secundaria. I. Schneider, Fernando H., coord. II. Parada, Daniela, coord. III. Lanteri, Silvia, dir. IV. Matos, Samantha, ed. V. Brizuela, María Fernanda, ed. VI. Parada, Daniela, ed. VII. Título.

CDD 510.712

1

Álgebra y Combinatoria

Ampliá tu mirada

La Combinatoria es una rama de la Matemática que estudia la cantidad de posibles ordenaciones, selecciones e intercambios de elementos de un conjunto. Resuelve problemas como contar la cantidad de posibles patentes de autos o elegir tres gustos de helado de una lista. Las computadoras trabajan internamente con el sistema de numeración binario, en el cual la información es expresada con dos dígitos: el 0 (apagado) y el 1 (encendido).
¿Cuántos números de tres cifras se pueden armar con ceros y unos?
¿Y de cuatro cifras?

● Expresiones algebraicas: fórmulas y ecuaciones.

● Problemas de conteo, estructura multiplicativa y diagramas de árbol.

● Permutaciones, variaciones y combinaciones; uso de la calculadora científica.

● ar.smsavia.com
¿Saben qué estudia la criptografía? Miren el video y averíguelo.

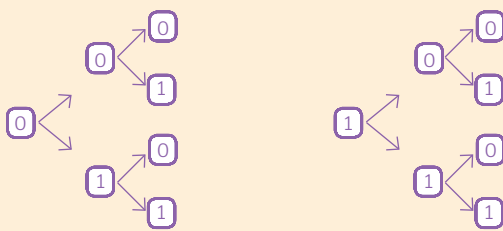
Protocolo de Internet

Las computadoras utilizan bits para guardar y transmitir información. Un bit es la porción mínima de información, y se representa con un 1 (presencia de energía) o con un 0 (ausencia de energía). Por ejemplo, un grupo de 5 bits puede ser 00100, 11101 o 10111.

TCP/IP es un conjunto de reglas de comunicación para Internet que permite identificar cada equipo y asegura que cada mensaje llegue a destino. Su sigla significa “Protocolo de Control de Transmisión / Protocolo de Internet”.

La versión IPv4 de este protocolo estaba compuesta por 4 grupos de 8 bits, lo que no brindaba un número de direcciones suficiente para responder a la demanda mundial.

Observá el siguiente diagrama, en el que se muestran las posibles combinaciones de ceros y unos para un grupo de 3 bits.



Posibles grupos de 3 bits:

000
001
010
011
100
101
110
111

- Analizá la construcción del diagrama. Marcá con un color las posibilidades del primer dígito, que es el primer bit; con otro color, las del segundo, y con un tercer color, las del tercero.
- ¿Cuántos grupos de 3 bits existen? _____
- Sin contar, ¿podés saber cuántos posibles grupos de 4 bits existen usando tu respuesta anterior? ¿Por qué?

- Si se consideran los grupos de n bits, donde n es un número natural, ¿cómo podés escribir la cantidad de posibles grupos de n bits que existen?

- La versión IPv6 del protocolo de Internet admite 2^{128} direcciones, formadas por grupos de bits de la misma cantidad. Usando tu respuesta anterior, ¿podés decir cuántos bits tiene cada dirección de la versión IPv6?

Compartí tu opinión

1. Analicen el diagrama y cómo cambiaría si se admitieran 3 posibles valores por dígito: 1, 2 y 3.
2. ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden armar con los dígitos 1, 2 y 3? Hagan un diagrama.
3. Comparen las fórmulas que escribieron para la cantidad de grupos de n bits. Expliquen, desde el contexto, por qué esa fórmula es correcta.
4. Si n es un número natural, ¿cuántos números de n cifras se pueden armar con los dígitos 1, 2 y 3?
5. Comparen la fórmula que escribieron en la consigna anterior con la que obtuvieron antes para los grupos de n bits. ¿En qué se diferencian? ¿A qué se debe la diferencia?

Expresiones algebraicas

1. María cobra por su trabajo cierta suma de dinero por semana, más \$2.850 fijos por mes de viáticos.

a. Si simbolizamos su pago semanal con la letra s , ¿qué cálculo se puede hacer con s para averiguar cuánto cobra en un mes?

b. Si al cabo de 3 meses ganó un total de \$50.250, ¿cuánto cobra por semana?

2. Esperanza está decorando los chalecos que vende con lentejuelas y canutillos respetando la siguiente secuencia. Analízala y respondé las consignas en tu carpeta.

Figura 1



Figura 2

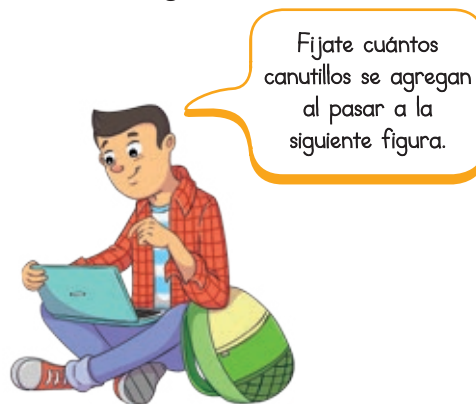


Figura 3



a. Completá la tabla con la cantidad de canutillos que forman cada figura, según la cantidad de lentejuelas que contiene.

Cantidad de lentejuelas	Cantidad de canutillos de la figura
1	
2	
3	
4	
5	



b. Ana dice que la cantidad de canutillos es 8 veces la cantidad de lentejuelas; María dice que es 8 veces menos 1, y Julia dice que es 7 veces la cantidad de lentejuelas más 1. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

c. Para cada chica que se equivocó, indicá cuál es la figura que cumple lo que ella afirmaba y en cuál se puede ver que no es correcta su propuesta.

d. Si una figura tiene una cierta cantidad de lentejuelas que llamamos L , ¿qué cálculo hay que hacer con L para obtener la cantidad de canutillos de esa figura?

Glosario activo

Un **ejemplo** es un caso que cumple lo que se dice en una afirmación. En cambio, un **contraejemplo**, en matemática, es un ejemplo que demuestra la falsedad de una afirmación.

- Marcá en tu resolución de la actividad 2, dónde diste ejemplos y dónde, contraejemplos.

Una **fórmula** es una expresión algebraica en la que hay operaciones entre números y letras, que representan incógnitas, y establece una igualdad que las relaciona. Un ejemplo es la fórmula del perímetro de un cuadrado: $P = L \cdot 4$, donde L es la medida del lado y P , el perímetro del cuadrado.

3. Un barco se puede alquilar por \$4.500 fijos. Además gasta 15 litros de combustible por cada milla recorrida, el cual se compra en la misma dársena de salida a \$20 el litro.



- a. Si el recorrido fuera de 10 millas, ¿cuánto costaría el viaje en barco?

- b. Si el viaje costó \$13.500, ¿cuántas millas se recorrieron?

- c. Expresá cómo se calcula el gasto total g para un viaje de m millas.

- d. Utilizá la fórmula que escribiste en la consigna anterior para calcular el gasto de un viaje de 25 millas.

- e. Usá la fórmula para calcular las millas recorridas si se gastaron \$18.600.

- f. Si el gasto supera los \$16.500, ¿cuántas millas se recorrieron?

- g. Se dispone de un monto que va desde los \$15.000 a los \$30.000 para hacer cierto recorrido en el barco. ¿Cuántas millas se pueden recorrer a partir del gasto mínimo y sin excederse del máximo?

4. Expresá con una fórmula los siguientes cálculos.

- a. El perímetro de un rectángulo con base de x cm y el doble de altura.

- b. El área de un triángulo con base de x cm y altura de h cm.

- c. El área de un triángulo con base de x cm y altura de 3 cm más que la base.

Ecuaciones

1. Para ahorrar energía, en 2011 en la Argentina se prohibió la venta de las lámparas de filamento incandescente, también llamadas “bombitas”. Las opciones para reemplazar ese tipo de lámparas son las fluorescentes compactas, llamadas “de bajo consumo” o CFL, y las basadas en diodos emisores de luz, denominadas LED.

En una fábrica, una lámpara LED cuesta \$60 y una CFL, \$45. Se compran al fabricante un total de 40 lámparas de ambos modelos por \$1.950.

- a. Expresá las relaciones que existen entre la cantidad de lámparas LED (L) y la cantidad de lámparas CFL (C) dada por esta información.

- b. Usá lo que escribiste en la consigna anterior para averiguar cuántas lámparas de cada tipo se compraron.



ME COMPROMETO

Al ahorrar energía se ahorran recursos naturales y, por lo tanto, se cuida el medio ambiente.

Investigá cuáles son los mayores gastos de energía en un hogar. Luego, escribí 5 acciones que puedas llevar a cabo frecuentemente para disminuir tu consumo de energía.

Compartí tu opinión en el foro.

 ar.smsavia.com

Una **ecuación** es una expresión matemática formada por una igualdad entre valores numéricos y valores desconocidos, llamados **incógnitas**.

Una **inecuación** es una expresión matemática formada por una desigualdad entre valores numéricos y valores desconocidos.

Resolver una ecuación o una inequación es hallar sus **soluciones**, es decir, el conjunto de valores que pueden tomar las incógnitas para satisfacer la ecuación o la inequación.

Hay ecuaciones e inequaciones que no tienen solución; otras tienen infinitas soluciones y otras, un número finito de soluciones.

2. En tu carpeta, resolvé estas ecuaciones, en las que la incógnita pertenece al conjunto de los números naturales.

a. $x + 7 = 8 + 7$

b. $y + 14 = 16$

c. $a - 7 = 23$

d. $n + n = 26$

e. $7 \cdot b = 56$

f. $c : 5 = 13$

g. $5 \cdot m + 3 = 43$

h. $11 \cdot z + 2 = 24$

i. $n + 9 + 3n = 41$

3. Resolvé las siguientes inequaciones, en las que la incógnita pertenece al conjunto de los números naturales.

a. $x + 7 > 10$

b. $5 < m + 3$

c. $2n - 4 > 11$

Modelización con ecuaciones

La **modelización** es la descripción mediante términos matemáticos de una situación, que puede ser de la realidad, de manera que el modelo matemático construido provea resultados que permitan interpretar y resolver la situación.

Consideremos el siguiente caso.



Se pone agua a calentar para hacer mate, pero el agua hierve. ¿Cuánta agua fría habrá que agregarle para que la temperatura sea la óptima para hacer mate (80 °C)?

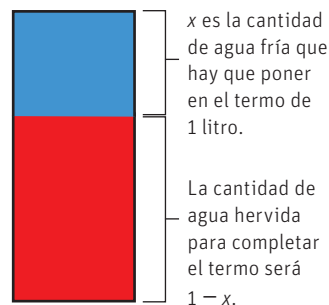
- Para comenzar hay que identificar las incógnitas y los datos. A veces, al modelizar, hay que hacer supuestos, dando valor a datos que no conocemos. La incógnita es la cantidad de agua fría que hay que agregar, y la llamaremos x . Los datos son: el agua hervida tiene una temperatura de 100 °C y la temperatura deseada es 80 °C. Supondremos que el agua fría está a una temperatura de 20 °C y que la cantidad final de agua que se desea es 1 litro, que es la capacidad de un termo.
- Luego hay que describir matemáticamente las relaciones del problema. La cantidad de agua fría es x , está medida en litros y es un número entre 0 y 1. Además, coincide con la parte del termo que ocupa esa cantidad de agua. La cantidad de agua hervida para completar el termo tiene que sumar 1 con x , por lo que es $1 - x$.

Si se suma cada fracción del agua del termo multiplicada por su temperatura, el resultado debe ser la temperatura final de la mezcla. Entonces queda la ecuación:

$$x \cdot 20 + (1 - x) \cdot 100 = 80$$

Diagrama de la ecuación:

- x : parte del termo con agua fría
- 20 : temperatura del agua fría
- $(1 - x)$: parte del termo con agua hervida
- 100 : temperatura del agua hervida
- 80 : temperatura final de la mezcla



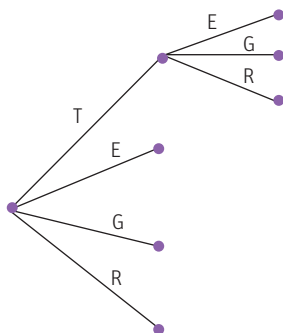
- Se resuelve la ecuación. Al reducir queda: $20x + 100 - 100x = 80$, cuya solución es $x = 1$.
- Finalmente, se usa la solución para dar respuesta al problema. Para hacerlo es necesario recordar cómo se definió la incógnita. La incógnita x es la cantidad de agua fría, por lo tanto, la respuesta al problema es que hay que mezclar $\frac{1}{4}$ litro de agua fría (a 20 °C) con $\frac{3}{4}$ litros de agua hervida.
- Además, se puede verificar que la solución cumpla la ecuación planteada.

Actividades

- ¿Qué simboliza la letra x en la resolución? ¿Y $1 - x$?
- ¿Qué propiedad se usó en la primera ecuación para obtener $20x + 100 - 100x = 80$?
- Resolvé la ecuación $20x + 100 - 100x = 80$.
- Resolvé un problema similar al planteado en esta página pero en el que el mate se tome con agua a 75 °C y el agua fría de que se dispone para agregar tenga una temperatura de 25 °C.

Diagramas de árbol

- Para cubrir los cargos de presidente, vicepresidente y secretario de un centro de estudiantes, se postulan Tomás, Ezequiel, Gonzalo y Rodrigo. Todos tienen las mismas condiciones para ser elegidos. Para averiguar cuántos resultados puede haber, se realiza el siguiente diagrama.



- En tu carpeta, completá el diagrama y escribí cuántos resultados puede haber en la elección.

- Escribí cuántos resultados puede haber en la elección usando una única cuenta.

El diagrama anterior se llama **diagrama de árbol** debido a que su estructura es parecida a la de las ramas de un árbol. Es un recurso que para algunos problemas permite visualizar rápidamente cómo se forman todas las posibles soluciones, para así poder contarlas a todas.

- Utilizá la estrategia del diagrama de árbol para mostrar todas las maneras posibles de armar números de 3 cifras distintas con los dígitos del 4 al 7, inclusive.



ME COMPROMETO

Al involucrarse y participar en los debates y las decisiones relativas a la escuela, se puede ayudar a mejorar el estado del establecimiento, la calidad educativa, la convivencia entre los distintos integrantes y el compromiso de la escuela con la comunidad que la contiene.

Investigá si tu escuela tiene un centro de estudiantes y cuándo son sus reuniones.

Pensá qué podés hacer desde tu lugar para mejorar la realidad escolar y comunicá tu propuesta en una de las reuniones.

Compartí tus conclusiones en el foro.

 ar.smsavia.com



¿Cuántas fotos se pueden armar?

Me acerco hasta golpear la puerta, espero, nada... Entonces grito:

–¡Benito!

–¡Andate! –me responde desde adentro–: ¿A qué viniste? Intento, en vano, explicarle que cuando me fui no sabía lo que hacía, que estaba desesperado y que ahora era momento de aclarar las cosas, además de que el abogado de nuestro padre nos estaba buscando a los tres. Pero lo único que escuché al final fue:

–Tus tiempos no son mis tiempos, volve a donde estabas, pude sobrevivir sin vos, no te necesito.

Comienzo a retirarme sin saber qué responder, mirándolo fijo, con una mezcla de sentimientos ahogados en la garganta, y me quedo sentado ahí, en la vereda. Las horas pasaban, oscurecía. Yo le hablaba desde afuera, intentando decir algo que cambiara su enojo. Cuando estoy por levantarme para irme, me grita si traje algo para tomar; le digo que no, le pregunto si puedo pasar igual y acepta.

–No te hagas ilusiones porque no te creo la pinta de hermano bueno y arrepentido.

–¿Podemos hablar sin pelear? –le digo mientras nos quedamos en silencio en el cuartucho. De pronto, Benito sale y vuelve arriba de una moto.

–Subite –me dice, y así lo hago.

Benito se detiene en la puerta de nuestra casa natal, donde las trillizas habían visto a Fernando la última vez. Sin mirarnos, al mismo tiempo intentamos abrir la puerta.

Entramos. De Fernando ni noticias. Todo está como detenido en el tiempo. Entonces nos miramos y pensamos lo mismo. Los dos salimos corriendo al altillo que por años estuvo cerrado, con la expresa prohibición de nuestro padre de entrar.

Al llegar, escuchamos la voz de Fernando:

–Pasen, los estaba esperando.

Para nuestra sorpresa, aquel lugar que imaginábamos lleno de cosas inútiles impregnadas de telas de araña se había convertido en un espacio de invención. Desconocíamos la destreza que había adquirido Fernando para armar y desarmar cosas: al parecer tenía predilección por las tecnologías de todos los tiempos y una especial vocación por digitalizar todo papel o fotografía que encontrara.

Le pregunto cómo sabía que habíamos llegado. Él se ríe y destapa una mesa llena de pantallas desde donde se podía ver toda la casa.

–¿Y qué estás haciendo ahora? –dice Benito en un intento de parecer interesado. Entonces nuestro hermano menor nos muestra desde su tablet una cantidad enorme de fotografías en las que aparecían familiares, desconocidos y ¡hasta las trillizas Miriñaque!

Había elegido la foto que más le gustaba de cada uno y con ellas quería armar una imagen que nos incluyera a los seis, pero estaba probando en qué orden quedábamos mejor.

CITEP UBA. “36 coronas”, Episodio 1, parte 2, 2016.
http://e-sm.com.ar/181874_14 (adaptación).

Actividades

1. **Reflexionar sobre la forma.** ¿A qué tipo de texto corresponde este fragmento?
2. **Reflexionar sobre el contenido.** ¿Cuántas imágenes podría armar si colocara las fotos de los 3 hermanos y de las trillizas en fila, una al lado de la otra, y las fuera cambiando de posición?
3. **Interpretar y relacionar.** Al final del texto dice: “... *estaba probando en qué orden quedábamos mejor*”. ¿Con qué tema matemático relacionarías este accionar?
4. **Buscar información.** ¿A dónde fue Antonio, el protagonista, junto a Benito? ¿Por qué?

Problemas de conteo

1. Con las letras M, C y E, ¿cuántas palabras de dos letras, tengan sentido o no, podés formar? Por ejemplo: MM es una posibilidad.

2. Un grupo musical compuso 5 canciones, y solo puede seleccionar 3 de ellas para tocar en un festival.

- a. ¿De cuántas maneras pueden elegir las 3 canciones considerando el orden en que las tocarán?



- b. Si a una de las canciones la quieren tocar sí o sí en el festival y como último tema, ¿cuántas son las opciones?

- c. Si ya se seleccionaron 3 canciones, ¿de cuántas maneras diferentes pueden ordenarlas para tocarlas en el festival?

3. En la clase de Música, de 20 alumnos se seleccionará a 3 para asistir a un concierto. ¿Cuántos posibles grupos se pueden formar?

Al elegir a los mismos 3 chicos en otro orden, ¿se genera un grupo diferente o es el mismo?

4. Analizá las actividades de esta página. ¿En cuáles de ellas el orden de los elementos seleccionados es importante? Es decir, ¿en cuáles elegir los mismos elementos pero en otro orden da una posibilidad distinta?

En los problemas de conteo es esencial analizar si **el orden de los elementos** que se eligen es importante o no; es decir, si al tomar los mismos elementos en un orden diferente se considera o no una nueva posibilidad.



El orden en los problemas de conteo

Resolver **problemas de conteo** se reduce a contar todos los grupos posibles de elementos cuidando de que no queden algunos sin contar ni contarlos más de una vez. Para esto es necesario considerar cómo son los elementos, cómo se eligen, y si el orden en la elección es importante o no, es decir, si los mismos elementos en otro orden son una nueva posibilidad o no, porque esto tiene consecuencias en la cantidad total de posibilidades. Consideremos dos situaciones en las que se quiera contar los posibles resultados.

Se realiza un sorteo entre los 30 alumnos de un curso para que 3 de ellos asistan a una reunión del centro de estudiantes de la escuela, como representantes de sus compañeros.

Se realiza un sorteo entre los 30 alumnos de un curso para que 3 de ellos asistan a una reunión del centro de estudiantes. El primer sorteado será el que presente la propuesta del curso; el segundo, el que tome nota y el tercero, el que elabore la minuta.

En la primera situación el orden no es importante. Por ejemplo, el resultado “Juan, Bautista y Carla” (JBC) es igual al resultado “Bautista, Carla y Juan” (BCJ). En cambio, en la segunda situación sí importa el orden: no será lo mismo el resultado JBC que el resultado BCJ, ya que cada orden implica tareas diferentes para cada uno.

Así, en la primera situación, JBC es el mismo grupo que JCB, BJC, BCJ, CJB y CBJ, y se contará como 1 grupo posible, mientras que en la segunda situación son 6 grupos distintos. Por lo tanto, la segunda tiene 6 veces más casos posibles que la primera, simplemente porque el orden importa.

En la primera situación hay 30 posibilidades para el primer nombre que sale sorteado; luego quedan 29 para el segundo y 28 para el tercero. La cantidad de resultados del sorteo es: $30 \cdot 29 \cdot 28$, pero así se cuentan casos de más, por ejemplo: JBC y BCJ son el mismo grupo. Como hay 6 resultados distintos para cada grupo, la cantidad de grupos posibles es:

$$\frac{30 \cdot 29 \cdot 28}{3!}$$

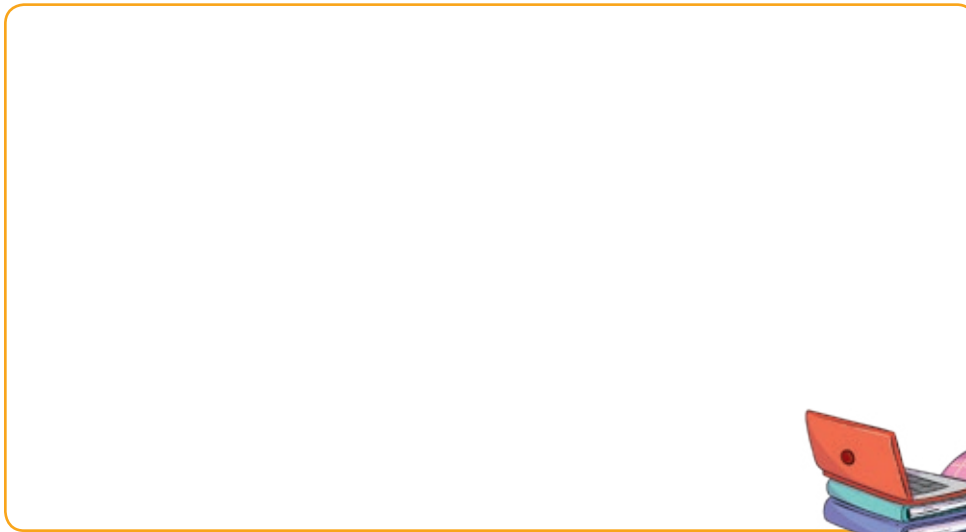
En la segunda situación el orden en el que se sacan los nombres sí importa, entonces, al hacer $30 \cdot 29 \cdot 28$ no se cuentan casos de más y esa es la cantidad total de grupos posibles.

Actividades

1. ¿Por qué hay 6 maneras diferentes de que salgan sorteados los mismos 3 chicos?
2. Se elige por sorteo a 4 alumnos de un curso de 30, para participar en un evento. El primer alumno sorteado será el abanderado; el segundo, el primer escolta; el tercero, el segundo escolta, y el cuarto, el que lleve el cartel de la escuela. ¿Cuántos grupos posibles hay?
3. ¿Cuántos grupos posibles hay si los 4 alumnos sorteados solo van a escuchar un discurso?
4. Marcá en cuáles de estas situaciones importa el orden de los elementos y en cuáles no.
 - ☐ Se sacan los números del primer premio de la lotería.
 - ☐ Se eligen 3 dígitos del 0 al 9 para una clave de un candado.
 - ☐ Se acomodan los 5 jugadores de un equipo en fila para sacarse una foto.
 - ☐ De una bolsa con 8 confites de sabores diferentes se toman 3 para comerlos juntos.

Permutaciones

1. Ana compró 3 libros para leer durante sus vacaciones, uno de ciencia ficción, una novela y uno de poesía, y debe decidir en qué orden va a leerlos. Realizá un diagrama de árbol que te permita encontrar de cuántas maneras diferentes puede ordenar su lectura.



2. Con los dígitos 3, 4 y 5, José y Luis desean formar todos los números posibles de tres cifras distintas. José afirma que son 27 números; en cambio, Luis asegura que son 6. ¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

3. En una carrera de 100 metros participan 4 atletas. ¿De cuántas formas distintas pueden llegar a la meta? En la carpeta, hacé un diagrama de árbol que te permita encontrar todas las opciones posibles.



4. Un productor cuenta con 5 anuncios para ubicar en una tanda publicitaria. Si todos los días quiere ordenarlos de un modo diferente, ¿cuántas posibilidades tendrá?

 **ar.smsavia.com**
Resolvé la secuencia
de trabajo con la
calculadora interactiva.

5. Analía, Susana, Norma y Patricia van al cine y encuentran 4 asientos consecutivos libres.

a. ¿De cuántas maneras pueden ocupar esos lugares?

b. Si Patricia decide ubicarse en el primer lugar, ¿de cuántas formas diferentes podrán sentarse Analía, Susana y Norma?

6. En un estante se colocan seis libros diferentes de física, dos distintos de química y cuatro diferentes de matemática. En grupos, calculen de cuántas maneras es posible ordenarlos teniendo en cuenta cada caso.

a. Los libros de cada materia tienen que estar juntos.

b. Los libros de cada materia tienen que estar juntos y los de matemática deben estar primero, después los de física y por último los de química.

7. Analizá las 6 actividades anteriores.

a. ¿El orden es importante en las posibilidades consideradas?

b. ¿Cómo calculaste la cantidad de posibilidades en cada caso? ¿Qué encontrás en común?

c. Escribí en tu carpeta cómo le explicarías a un compañero la manera de resolver problemas como los de estas dos páginas.

Si se tiene un grupo de elementos, una **permutación** es un ordenamiento de esos elementos.

Dado un número natural n , y un grupo de n elementos, las **permutaciones de n elementos** se simbolizan $P(n)$ y su cantidad total se calcula mediante el **factorial** de n , que se escribe $n!$, y se define como el producto de n por todos los números naturales anteriores a este. Es decir:

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \cdot \dots \cdot 1$$

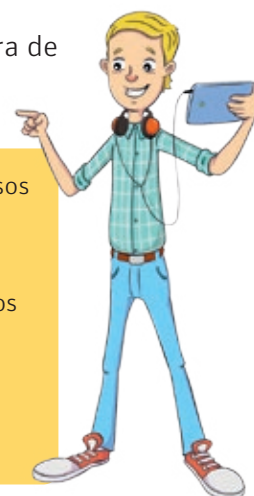
Por ejemplo, las permutaciones de 7 elementos se calculan haciendo:

$$7! = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$$

En el caso de 0, se define $0! = 1$.



Permutar elementos es cambiarlos de lugar, ponerlos en otro orden.



Variaciones

1. Con los números 3, 6, 8 y 9, se quiere formar claves.
 - a. ¿Cuántas posibilidades hay si las claves tienen 4 dígitos y no se pueden repetir los números?

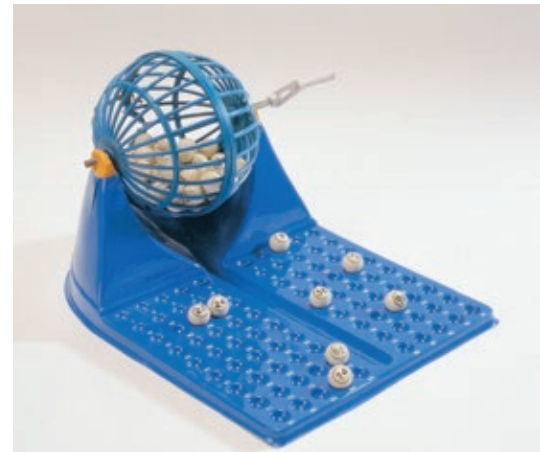
 - b. ¿Cuántas posibilidades hay si son de 3 dígitos y no se pueden repetir?

 - c. ¿Qué diferencia encontrás entre tus dos respuestas anteriores? ¿Por qué sucede eso?

2. El bingo es un juego que se forma con los números del 1 al 90 que salen de forma aleatoria, es decir que no se sabe en qué orden saldrán.

- a. ¿De cuántas maneras diferentes pueden salir todos los números en una jugada de bingo? Escribí qué cuenta harías para responderlo.

- b. Analizá si es útil hacer un diagrama de árbol y escribí tus conclusiones.



3. La quiniela nacional consiste en un sorteo de 20 números que van del 0000 al 9999, con una frecuencia de tres sorteos por día.

- a. ¿Cuántos números pueden salir para el primer premio de un sorteo?

 - b. ¿Cuántos números diferentes pueden salir para ocupar los primeros 5 premios de un sorteo? Escribí la cuenta que harías para responderlo.

 - c. ¿Puede salir el mismo número en los tres sorteos de un día? ¿Por qué?

4. Cinco alumnos de un curso investigaron sobre la confiabilidad de las claves bancarias. Tres de ellos tendrán que exponer el trabajo en una muestra científica. ¿Cuántos grupos diferentes pueden armarse para ir a la exposición si cada uno tiene una tarea específica y todos tienen las mismas condiciones para llevarlas a cabo? Escribí esa cantidad como una cuenta con factoriales.

5. En 2016 cambiaron las patentes de los automóviles en nuestro país. Hasta ese año, estaban formadas por tres letras y tres números. Las nuevas patentes tienen dos letras, tres números y dos letras más. Calculá la cantidad de patentes de caracteres distintos de cada sistema.





Si se tienen dos números naturales n y r tales que n es mayor que r , se llama **variaciones de n elementos tomados de r** a todos los grupos de r elementos distintos que se pueden formar tomándolos de un grupo más grande, de n elementos, teniendo en cuenta el orden en el que aparecen. Se simboliza $V(n, r)$. Se calculan multiplicando a n por los números naturales anteriores a él, hasta tener r factores. Es decir:

$$\underbrace{n \cdot [n - 1] \cdot [n - 2] \cdot \dots \cdot [n - (r - 1)]}_{r \text{ factores}}$$

Este número es igual al cociente:

$$\frac{n!}{(n - r)!}$$

Por ejemplo, las maneras de armar claves de 3 dígitos usando las cifras del 1 al 7 son $7 \cdot 6 \cdot 5$. Y se puede calcular como $\frac{7!}{(7 - 3)!}$ porque:

$$\frac{7!}{(7 - 3)!} = \frac{7!}{4!} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 7 \cdot 6 \cdot 5$$

Las **permutaciones** son un caso particular de las variaciones: se forman grupos de tantos elementos como los que hay en el grupo más grande. Por ejemplo, las maneras de armar claves de 7 dígitos usando las cifras del 1 al 7 son:

$$\frac{7!}{(7 - 7)!} = \frac{7!}{0!} = \frac{7!}{1} = 7!$$

Es decir que son las permutaciones de 7 elementos.

Al dividir un factorial grande por otro más chico se cancelan, en el primero, los factores del segundo.



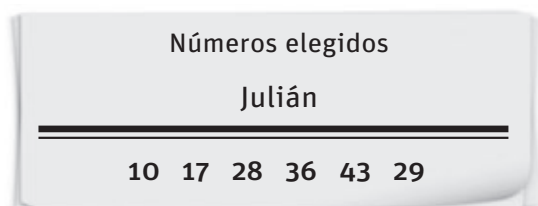
Combinaciones

- Una heladería ofrece 4 gustos de helado de fruta al agua: ananá (A), limón (L), ciruela (C) y durazno (D). Al pedir un cuarto de kilo se pueden elegir 3 gustos.

a. El pedido ALC, ¿es diferente del LCA?

b. ¿Cuántos pots distintos se pueden armar con 3 gustos diferentes de helado de fruta al agua?

- La lotería es un juego de números en el que una persona elige 6 distintos entre 0 y 45, inclusive. Julián va a jugarla con su familia, cada integrante elige sus números y los anota. Con un bolillero sortean los números y los ganadores son los que se muestran abajo.



Números sorteados					
17	36	28	10	29	43

a. ¿Tiene Julián la combinación ganadora? ¿Por qué?

b. En este caso, ¿importa el orden en el que salieron los números?

c. Analizá por qué el siguiente cálculo representa todas las posibles combinaciones que se pueden jugar en un sorteo. Escribí tus conclusiones.

$$\frac{46 \cdot 45 \cdot 44 \cdot 43 \cdot 42 \cdot 41}{6!}$$



Si se tienen dos números naturales n y r tales que n es mayor que r , se llama **combinaciones de n elementos tomados de r** a todos los grupos de r elementos distintos que se pueden formar, tomándolos de un grupo más grande, de n elementos, sin importar el orden en que aparecen. Se simboliza **$C(n,r)$** .

Se calculan multiplicando a n por los números naturales anteriores a él hasta tener r factores y luego dividiéndolo por el factorial de r . Es decir:

$$\frac{n \cdot [n - 1] \cdot [n - 2] \cdot \dots \cdot [n - (r - 1)]}{r!}$$

Este número es igual al cociente:

$$\frac{n!}{(n - r)! \cdot r!}$$

Por ejemplo, si se quiere hacer un licuado con 3 frutas elegidas de un grupo de 7 frutas, se considera que hay 7 posibilidades para elegir la primera fruta, 6 para la segunda y 5 para la tercera, que son $7 \cdot 6 \cdot 5$ posibilidades totales. Pero de esa manera se contaron casos que, para el contexto, resultan iguales: elegir ananá-banana-manzana es lo mismo que elegir banana-manzana-ananá o banana-ananá-manzana, etcétera. Por eso hay que contar solo una de las $3!$ posibles permutaciones de cada elección de 3 frutas. Así, la cantidad de maneras de elegir 3 frutas de un grupo de 7 es:

$$\frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3!} = \frac{7!}{4! \cdot 3!}$$

3. Uní cada pregunta con la cuenta que la responde.

¿Cuántos triángulos se pueden formar con 6 puntos no alineados de a 3?

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

¿De cuántas maneras diferentes 6 personas pueden agruparse de a 4?

$$\frac{5 \cdot 4}{2 \cdot 1}$$

¿De cuántas maneras diferentes 5 personas pueden agruparse de a 2?

$$\frac{6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Se puede usar la calculadora científica para calcular las permutaciones, las variaciones y las combinaciones. Para las **permutaciones** de n elementos, se usa la tecla $[x!]$. Se ingresa el valor de n y luego se presiona la tecla $[x!]$. Para las **variaciones** de n elementos tomados de a r , se usa la tecla $[nPr]$. Se ingresa el valor de n , se presiona la tecla $[nPr]$, se ingresa el valor de r , y al final la tecla $[=]$. Para las **combinaciones** de n elementos tomados de a r , se usa la tecla $[nCr]$. Se ingresa el valor de n , luego $[nCr]$, se ingresa el valor de r y al final la tecla $[=]$.

! Tené en cuenta

Diferentes calculadoras pueden tener distintas teclas o distintas maneras de combinarlas. Averiguá cómo se usan las funciones de combinatoria en tu calculadora.

4. Usá la calculadora para hallar los siguientes resultados y, en la carpeta, escribí una situación de combinatoria que tenga esa respuesta.

a. $P(7) =$ _____

b. $V(10,7) =$ _____

c. $C(9,7) =$ _____



Integro lo aprendido

1. Analizá la construcción de esta secuencia hecha con hexágonos y palitos. Luego respondé las consignas.

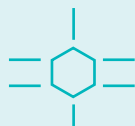


Figura 1

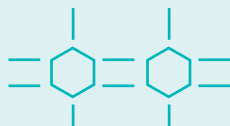


Figura 2

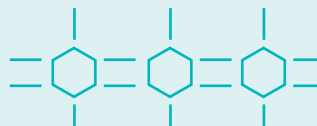


Figura 3

- a. ¿Cuántos palitos tendrá la figura 4? _____
- b. Escribí una fórmula que permita calcular la cantidad p de palitos cuando hay una cantidad h de hexágonos.

- c. Usá la fórmula para calcular cuántos hexágonos tiene la figura de 46 palitos.

- d. ¿Es posible que una figura tenga 81 palitos? ¿Por qué?

2. Julián inventó una lotería alternativa en la que para ganar hay que elegir 6 números, entre 0 y 41 inclusive, y 2 números más, que los llamó *bonus*, entre 0 y 9 inclusive, sin repetir. ¿Cuántas combinaciones diferentes pueden formarse para cada sorteo? Explicá cómo lo pensaste.

Lotería alternativa						Bonus		
20	10	38	41	39	12	5		3

3. En un concurso de televisión hay un tablero como el siguiente, en el que 5 de los 30 casilleros tienen el logo del programa. El jugador debe elegir 3 casilleros. Si todos contienen el logo, gana el premio. ¿Cuántas posibilidades hay de elegir 3 casilleros de los 30? ¿Interesa el orden en el que se eligen? ¿Cuántas posibilidades hay de elegir los 3 casilleros con logo para ganar?

		TV5		
TV5				
				TV5
	TV5			
			TV5	
			TV5	

Me pongo a prueba

1. Escribí una fórmula para cada situación.
 - a. El área de un cuadrado cuyo lado mide L .
 - b. El área de un triángulo cuya base mide b y su altura mide h .
 - c. El sueldo mensual m de una persona que cobra una cantidad s por cada una de las cuatro semanas del mes y un valor fijo de \$6.000.
 - d. La distancia d de un auto a su posición de salida si recorre, en línea recta, 80 km por cada hora h .
2. Resolvé las siguientes ecuaciones.
 - a. $m + 2 = 17$
 - b. $24 - c = 13$
 - c. $3x = 18$
 - d. $2a + 3 = a + 10$
 - e. $8 + 7y = 29$
 - f. $15 - b = 11$
 - g. $82 - 3b = 31$
 - h. $4z - 3 = 5z - 11$
 - i. $5 \cdot (p - 23) = 3p + 165$
3. Julio y Marcos son hermanos. En la actualidad, Marcos tiene el triple de edad que Julio, pero dentro de 3 años, Marcos tendrá el doble de edad que Julio. ¿Cuántos años tienen los dos hermanos ahora?
4. Dos amigos se van de vacaciones y deciden hacer cinco excursiones. La agencia de turismo por la que viajan les pide que elijan el orden en que harán las excursiones.
 - a. ¿Cuántos itinerarios diferentes pueden programar?
 - b. Si eligieron una excursión para el primer día y otra para el último, ¿cuántos posibles ordenamientos pueden elegir para las otras tres?
5. Vanesa tiene que extraer dinero del cajero automático del banco, pero olvidó cuál era su clave. Solo recuerda que era un número de 3 cifras, superior a 599 e impar. ¿Cuántas claves diferentes se pueden armar con esas tres características?
6. ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar con los números del 1 al 9? ¿Y si no se pueden repetir las cifras?
7. Se quiere armar números de 4 cifras distintas con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5 y 6.
 - a. ¿Cuántos números con esas características se pueden armar?
 - b. ¿Cuántos de ellos son pares?
 - c. ¿Cuántos son múltiplos de 5?
 - d. ¿Cuántos son mayores que 5.000?
8. Para elegir quién se encargará de mandar a hacer los buzos de egresados de un curso de 32 alumnos, se hace un sorteo con todos los nombres tomando 4 al azar. El primero que salga sorteado consultará a sus compañeros por los colores y las inscripciones del buzo; el que salga segundo usará esa información para hacer un dibujo del diseño del buzo; el tercero hará las averiguaciones en las casas de ropa deportiva, y el cuarto, se ocupará de juntar el dinero para pagarlos. ¿Cuántos posibles grupos pueden salir sorteados?
9. Para hacer sándwiches se eligen 3 rellenos entre un grupo de 7 posibilidades: jamón, queso, salame, tomate, lechuga, aceitunas y pepinos. ¿Cuántos sándwiches distintos se pueden armar si se considera el gusto de cada uno?
10. De un mazo de 40 cartas españolas, se separan 10 sin mirar. ¿Cuántos grupos de 10 cartas se pueden separar?
11. Reflexioná sobre tu aprendizaje y tu desempeño al trabajar esta unidad y respondé en el foro.
 - a. ¿Se modificó alguna de las ideas previas que tenías acerca del contenido?
 - b. ¿Incorporaste nuevos conocimientos? Si la respuesta es sí, ¿cuáles?
12. Ingresá a  **ar.smsavia.com** y realizá la autoevaluación de la unidad.

¿Se puede debatir en matemática?

En muchas de las actividades cotidianas, personales o grupales, tenemos que tomar decisiones. Cuando nos enfrentamos a estas decisiones, saber matemática, ¿es una herramienta para elegir, agumentar y decidir mejor? En este taller los invitamos a debatir acerca de la pregunta anterior. Para ello, les proponemos un escenario muy común cuando trabajamos en un proyecto con amigos o familiares y debemos tomar decisiones que nos afectan a todos.

Lean y consideren La gran pregunta

Lucía y Valentín hacen fundas de almohadones para vender. El último modelo que diseñaron es cuadrado, mide 13 dm de lado y tiene un patrón de colores simulando la técnica *patchwork*. Para poder armar bien la moldería, Lucía hizo los patrones en GeoGebra (figura 1), los imprimió y mandó a cortar las piezas de tela. Luego, un cliente les encargó almohadones rectangulares para cubrir sillones. Como ya tenían cortadas varias piezas de tela, decidieron modificar el molde y hacer uno rectangular reubicándolas (figura 2).

Todo parecía ir bien hasta que, a la hora de coser las piezas, Valentín se dio cuenta de que algo no encajaba: si enfrentaba las piezas, estas quedaban más cortas o más largas y no las podían coser.

Valentín le reclamó a Lucía que había hecho mal los moldes y ella, a su vez, decía que él no estaba cosiéndolos bien. ¿Quién tiene razón? La continuidad de este lindo proyecto juntos peligraba si no llegaban a un acuerdo.

Figura 1

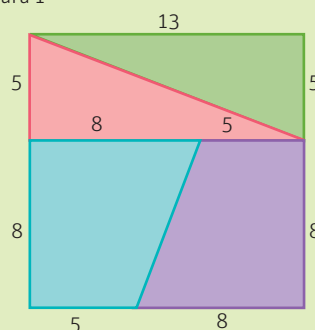
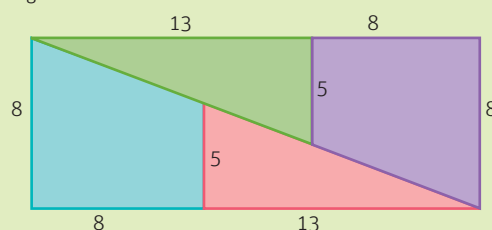


Figura 2



Qué es un debate

El **debate** es una dinámica de trabajo que consiste en establecer un diálogo claro y respetuoso sobre algún tema en el que haya, al menos, dos posiciones contrarias. Los participantes muestran su posición acerca del tema mediante la presentación de argumentos para intentar convencer a otros acerca de su solidez y alcanzar una postura compartida y consensuada.

Organización del debate

Los roles en el debate

La presencia de un **tema que genere controversia** es el punto de partida de todo debate. Para hacer un debate se tienen en cuenta estos pasos:

- Se forman **dos grupos de trabajo**: uno que acuerde con una de las posturas, por ejemplo, mantener la elección original del sobre; y otro a favor de la contraria, es decir, que prefiera cambiarlo.
- Una vez definidos los grupos, hay que **asignar roles**, es decir, la función que cumplirá cada uno de los participantes en el debate.
- Cada grupo elige un **portavoz** que será el encargado de presentar los argumentos que sostiene el grupo.
- Se selecciona un **moderador** para que el debate se desarrolle adecuadamente. Su función es iniciar el dialogo, regular las intervenciones de los participantes, explicar las reglas, el tiempo de intervención de cada portavoz, etcétera.

Respecto del espacio, es importante **ambientar el lugar** en donde se llevará a cabo el debate. Se pueden colocar escritorios frente a los participantes y ubicar allí al moderador y los portavoces.

Desarrollo del debate

La organización del trabajo en grupo

Una vez adoptada una postura acerca del tema, deben construir argumentos que la apoyen. Para ello, pueden distribuirse las siguientes tareas, calcular cuánto tiempo les tomarán y compartir en el grupo sus resultados.

	Tarea	Responsables
Resumir el contenido de las unidades que puedan ser útiles para entender el problema.		
Pensar el problema desde otra óptica: por ejemplo, haciendo un molde a escala y cortando sus piezas		
Simular el problema usando tecnología		
Proponer una estrategia de resolución y ponerla a prueba		
Redactar el informe final de todo lo investigado y estudiado.		

Como el tiempo durante el debate es limitado, los grupos deben **construir sus argumentaciones** con mucho cuidado y planificarlas adecuadamente.

Dinámica del debate

El momento del debate

El **moderador** explica las reglas y da comienzo al debate. Los **portavoces** presentan sus argumentos por turnos. Al finalizar, el moderador presenta una síntesis de lo expresado y una conclusión. Frente a la conclusión, la **audiencia** y los grupos pueden formular preguntas.

¿Qué es (y qué no es) un argumento?

Cuando ofrecemos una opinión, una explicación o una descripción de un hecho, debemos hacerlo mediante argumentos sólidos. Un **argumento** es un razonamiento que se usa para probar, justificar o demostrar alguna afirmación o para convencer a alguien de aquello que se afirma o se niega.

En un razonamiento, como el que se ve en el esquema, se sostiene una **conclusión** sobre la base de una o más premisas que la sustentan. Las **premisas** son oraciones que afirman o niegan algo, y pueden ser verdaderas o falsas.

En todo debate, charla, discusión o en simples afirmaciones; es fundamental argumentar de forma sólida, mediante razonamientos correctos.

Si en un argumento las premisas no justifican la conclusión, se tiene una **falacia**. Las falacias parecen razonamientos correctos, pero se muestran incorrectos al analizarlos detenidamente. Suelen tener un efecto persuasivo en las personas y pueden ser usados para que estas acepten una conclusión sin fundamento.

Conocer los diferentes tipos de falacias no solo nos sirve para ello, sino también para detectar errores en los argumentos de los demás. Veamos dos ejemplos muy frecuentes.

Premisas

Todos los múltiplos de 10 terminan en 0.

El número 320 es múltiplo de 10.

Conclusión

El número 320 termina en 0.

Falacia contra la persona



Es una falacia en la que se ataca a la persona que defiende el argumento para desacreditarla como portavoz del tema.

Falacia por autoridad



En estos argumentos falaces, la conclusión no se apoya en las premisas sino en la autoridad de la persona que la afirma.

Ideas para debatir en matemática

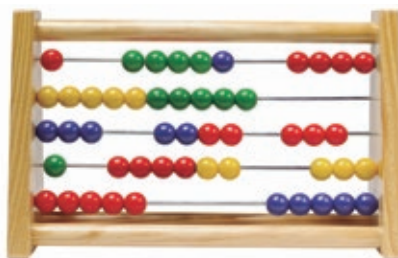
Muchas personas creen que la matemática es una ciencia exacta en la que no hay debate posible. ¡Nada más distante de la realidad! Para ampliar lo que hemos visto en el taller, les brindamos algunas ideas sobre temas con los cuales realizar un debate.

¿Es posible un mundo sin matemática?



Al comienzo del libro, en la unidad 1, vimos un video en el que nos preguntamos si era posible un mundo sin números. Ahora, la pregunta va más allá. ¿Es posible imaginar un mundo en donde no exista la matemática? ¿Qué problemas y ventajas traería que no existiera? ¿Cómo cambiaría nuestra vida?

¿Por qué estudiamos matemática?



Muchas veces nos preguntamos por qué estudiamos matemática. La idea de este debate es argumentar la postura que elijamos tratando de pensar para qué sirve la matemática en lo cotidiano. ¿Cómo serían nuestras posibilidades en el mundo si no supiéramos matemática?

Estadísticas en el deporte

	Torneos internacionales	Torneos nacionales
A	18 tiros, 12 aciertos	12 tiros, 11 aciertos
B	10 tiros, 6 aciertos	20 tiros, 18 aciertos

Tienen que decidir quién patea el penal del minuto '89 en la final de la Liga de Campeones. El jugador **A** ha convertido 23 de los últimos 30 penales que pateó y el jugador **B** ha convertido 24 de los últimos 30. No obstante, lo consultan con el asistente técnico y éste les dice que es mejor elegir a **A**.

Una pregunta un poco engañosa



Juan decidió hacer una pregunta a sus compañeros de clase. En el pizarrón copió lo siguiente: *Si respondés esta pregunta al azar, ¿qué chances tenés de acertar?*

a. 25% b. 50% c. 60% d. 25%

¿Todos respondieron lo mismo?

Actividades

1. Elijan el tema propuesto en la página 173 o alguno de los sugeridos aquí y realicen un debate. Antes, ingresen a ar.smsavia.com, donde encontrarán videos y sitios web sugeridos para ampliar.
2. Una vez realizado el debate, reflexionen: ¿se escucharon entre ustedes? ¿Encontraron valiosas las ideas de los demás? ¿Por qué? Compartan su experiencia en el foro de la unidad.
3. Piensen en situaciones de la vida cotidiana donde sería posible y útil llevar a cabo un debate.